ESTUDIO HIDROLÓGICO PARA OBRAS DE PROTECCIÓN

Capítulo 3 del Manual de Ingeniería de Ríos *

ÓSCAR A FUENTES MARILES **
VÍCTOR FRANCO **

*** Versión actualizada del capítulo 3 del Manual de Ingeniería de Ríos que el Instituto de Ingeniería elaboró para la Comisión Nacional del Agua**

**** Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM**

CAPITULO 3. ESTUDIOS HIDROLOGICOS PARA OBRAS DE PROTECCION

3.1 INTRODUCCION 1
3.1.1 Periodo de retorno 2

3.2 SELECCION DEL CRITERIO A SEGUIR 5
3.2.1 Estructuras menores 6
3.2.2 Estructuras mayores 7
3.2.3 Datos para el diseño 8

3.3 LLUVIAS 10
3.3.1 Introducción 10
3.3.2 Análisis de la precipitación 10
3.3.3 Curvas características de la precipitación 15
3.3.4 Duración de la tormenta 22
3.3.5 Lluvia en exceso 23

3.4 ESCURRIMIENTO 30
3.4.1 Introducción 30
3.4.2 Separación de los escurrimientos base y directo 31
3.4.3 Distribución de frecuencias para una sola población 34
3.4.4 Distribución de frecuencias a dos tipos de poblaciones 50
3.4.5 Casos especiales 53

3.5 RELACION PRECIPITACION-ESCURRIMIENTO 56
3.5.1 Métodos empíricos 56
3.5.2 Hidrograma unitario 61

3.6 INTEGRACION DE EVENTOS HIDROLOGICOS 78
3.6.1 Introducción 78
3.6.2 Tránsito de avenidas en vasos de almacenamiento 78
3.6.3 Tránsito de avenidas en cauces 85
3.6.3.1 Obtención de los parámetros K y X 87
3.6.3.2 Aplicación del método de Muskingum 89
3.6.4 Transito de avenidas en llanuras de inundación 89

3.7 RECOMENDACIONES PARA CASOS PARTICULARES 90

3.8 APLICACIONES 96

3.8.1 Ejemplo 1 Curvas intensidad-duración-periodo de retorno 96

3.8.2 Ejemplo 2 Curvas de altura de precipitación-área-duración 99

3.8.3 Ejemplo 3 Cálculo del periodo de retorno 107

3.8.4 Ejemplo 4 Fórmula racional 108

3.8.5 Ejemplo 5 Envolventes de Creager 109

3.8.6 Ejemplo 6 Funciones de distribución de probabilidad 109

3.8.7 Ejemplo 7 Hidrograma unitario tradicional 124

3.8.8 Ejemplo 8 Hidrograma unitario instantáneo 125

3.8.9 Ejemplo 9 Hidrograma o Curva S 127

3.8.10 Ejemplo 10 Hidrograma unitario triangular 129

3.8.11 Ejemplo 11 Método del Soil Conservation Service (S.C.S.) 131

3.8.12 Ejemplo 12 Método de I-Pai-Wu 133

3.8.13 Ejemplo 13 Método de Chow 136

3.8.14 Ejemplo 14 Tránsito de una avenida a través de un vaso, método semigráfico 138

3.8.15 Ejemplo 15 Tránsito de una avenida a través de un vaso, método numérico 139

3.8.16 Ejemplo 16 Método de Muskingum 144

RECONOCIMIENTOS

REFERENCIAS

PROGRAMAS

ABSTRACT

The objective of this chapter is to provide different metodologies to calculate the discharge with which an hydraulic structure must be design, or that which is possible flows by a river. For achieving that mentioned before, in the first two subchapters is talked about the return period that should be assigned to a discharge or rain that could appear in a certain place in study, and then, how is chosen the value of this period as a function of the work to be design. Next, with design proposes, it is continued with the analysis of the data of rain and runoff, later is described the way to relation the rainfall with the runoff, in this part are shown the empirical methods and that of the unitary hydrograph of runoff, the difference between both is that in the firsts are used values of the physiographic characteristics of the basin and in the others is necessary to dispose of simultaneous information of the rain and of the runoff to calculate the value of the discharge; later is presented the transit of floods in dams and also in rivers. Finally, 16 examples of application are proposed and an annex of programs is included.

RESUMEN

El objetivo de este capítulo es el de proporcionar diferentes modelos metodologías que permitan calcular el gasto con el cual debe diseñarse una estructura hidráulica, o bien, que posiblemente llegue escurrir por un río. Para cumplir con lo mencionado, en los dos primeros subcapítulos se habla del periodo de retorno que debe asignarse a un determinado gasto o lluvia que pudiera llegar a presentarse en un determinado sitio en estudio y luego cómo se escoge el valor de este periodo en función de la obra a diseñar; luego, con fines de diseño se continúa con el análisis de los datos de lluvia y de escurrimiento; a continuación se describe la manera de relacionar la precipitación con el escurrimiento, en esta parte se presentan los métodos empíricos y el del hidrograma unitario, con los primeros se calcula un gasto máximo, en cambio con los otros se determinar un hidrograma de escurrimiento, la diferencia entre ambos es que en unos se utilizan valores de las características fisiográficas de la cuenca y en los otros se necesita disponer de información simultánea de la lluvia y del escurrimiento para determinar el gasto; posteriormente, se presenta el tránsito de avenidas tanto en vasos de almacenamiento como en cauces. Finalmente, se proponen 16 ejemplos de aplicación y se incluye un anexo de programas.

3. ESTUDIOS HIDROLOGICOS PARA OBRAS DE PROTECCION

3.1 INTRODUCCION

El gasto que conduce una corriente natural es variable, ya que depende de la lluvia que cae sobre la cuenca, tanto en el tiempo como en el espacio. Cuando se presentan grandes avenidas la capacidad del cauce puede llegar a rebasarse con lo que se provocan inundaciones en la región aledaña a él, en ello la topografía juega un papel importante ya que condiciona el tamaño del área inundable y porque el agua al seguir la pendiente de fondo del río vuelve al cauce aguas abajo o se mueve hacia otro afluente o llega al mar o alimenta lagunas o queda retenida en la zona baja.

El objetivo de este capítulo es el de presentar algunos de los criterios que se usan para definir la avenida de diseño que puede llegar a presentarse en una zona de interés; además, la forma en que ella es modificada en su avance por la presencia de un vaso de almacenamiento o de un tramo de río.

La elección de la avenida de diseño para una obra de protección se ve influenciada por el costo y beneficio esperado por la construcción de ésta. Si se desea tener una protección casi total contra las inundaciones, para evitar daños a las propiedades localizadas cerca del cauce por donde escurre la avenida, se necesitan obras muy costosas ya que al evitar que la creciente exceda la capacidad de la estructura ello

implica construir obras grandes. Como recomendación fundamental en algunas obras debe aceptarse un cierto riesgo de que se presente una avenida máxima que provoque algún daño, cuya magnitud debe estar basada en consideraciones cuidadosas de las características de la misma, peligro de pérdida de vidas humanas y materiales, tipo de área que se desee proteger (de cultivo y/o urbana), limitaciones de tipo económico, etc.

Entre los factores hidrológicos más importantes a tomar en cuenta en el diseño de las obras de protección están la precipitación y el escurrimiento.

La precipitación es definida como el agua, en estado sólido o líquido, que proviene de lo alto de la atmósfera y que alcanza la tierra. La lluvia, nieve o granizo son distintas formas de precipitación.

Parte del agua de la precipitación queda atrapada por las plantas (lluvia interceptada), otra parte llega a la superficie del suelo y puede quedar detenida en depresiones del terreno formando charcos (lluvia retenida). Otra parte puede entrar al suelo (infiltración). La restante (lluvia en exceso) drena hacia las zonas bajas, donde se puede juntar, y formar arroyos o bien llegar a lagos. Los cursos de agua en la superficie se alimentan también con la que proviene del subsuelo.

Sobre la superficie del terreno el agua, resultado de la precipitación y de filtraciones subterráneas, corre en forma de arroyuelos y luego se junta para formar arroyos y ríos. Al agua que fluye se le llama escurrimiento; al debido a la lluvia en exceso se le conoce como escurrimiento directo, mientras que aquel que se lleva a cabo en forma intermitente en la superficie, originado por el agua subterránea, se conoce como escurrimiento base.

3.1.1 Periodo de retorno

El periodo de retorno Tr, expresado en años, se define como el número promedio de años en que un evento puede ser igualado o excedido.

Por ejemplo, si se diseña una obra para un gasto de 700 m^3/s que tiene asignado un periodo de retorno de 10 años, ello significa que el tiempo que transcurre para que vuelva a presentarse un gasto mayor o igual a él puede ser 8 ó 12 ó 13 o bien 7 años, nótese que el promedio de ellos es precisamente 10 años.

Por otra parte la probabilidad de que un evento con un periodo de retorno Tr ocurra en cualquier año es igual a

$$q = \frac{1}{Tr} \qquad (3.1)$$

En un conjunto de eventos máximos anuales, ya sean gastos o lluvias, el periodo de retorno que se asocia a cada uno de ellos puede ser estimado con la fórmula de Weibull (Viessman *et al*, 1977).

$$Tr = \frac{n + 1}{m} \qquad (3.2)$$

donde m es el número de orden y n el número total de años del registro. Esta expresión no toma en cuenta el número de elementos del conjunto, es decir, la longitud del registro. Una fórmula que sí lo hace es la propuesta por Gringorten (Viesman, *et al*, 1977), que se escribe como

$$Tr = \frac{n+1 - 2a}{m - a} \qquad (3.3)$$

El valor de a, que está comprendido entre 0 y 1, depende del valor de n y se encuentra en la tabla 3.1

TABLA 3.1 Valores de a, fórmula de Gringorten

n	10	20	30	40	50
a	0.448	0.443	0.442	0.441	0.440
n	60	70	80	90	100
a	0.440	0.440	0.440	0.439	0.439

La ec 3.2 es la más eficiente para calcular la posición gráfica de los datos para cualquier función de distribución de probabilidad y es la más comunmente usada.

Para eventos máximos anuales los datos se ordenan de mayor a menor y el lugar que ocupan dentro de la lista cada uno de ellos corresponde al valor de m; así, por ejemplo, el mayor valor tiene una m=1, mientras que para el más pequeño m = n.

Cuando se tiene un conjunto de eventos mínimos los valores que lo forman se ordenan del más pequeño hasta el más grande, en este caso el periodo de retorno debe entenderse como el número promedio de años en que el evento tiene valores menores o iguales a él.

Para conocer el riesgo en eventos máximos anuales para una obra hidráulica se utiliza la ecuación siguiente

$$r = 1 - (1 - q)^L \qquad (3.4)$$

donde r es la probabilidad o riesgo de que ocurra el evento máximo al menos una vez en L años de la vida útil de la obra.
Eligiendo un valor del periodo de retorno y conociendo L se puede calcular el riesgo. En la tabla 3.2 se anotan algunos valores de riesgo para diferentes condiciones de vida útil y periodo de retorno.

TABLA 3.2 Periodo de retorno asociado a varios niveles de riesgo y vida útil de la obra

Riesgo, en %	Vida útil, en años				
	5	30	50	70	100
	Periodo de retorno, en años				
40	10.3	59.2	98.4	137.5	196.3
50	7.7	43.8	72.6	101.5	144.8
60	6.0	33.2	55.1	76.9	119.6
80	3.6	19.1	31.6	44.0	62.6
99	1.7	7.0	11.4	15.7	22.2

El periodo de retorno con el cual debe calcularse la avenida de diseño para una estructura se escoge con ayuda de la tabla 3.3, en función del tipo de zona a proteger.
Por otra parte, en la selección de la avenida de diseño se deben considerar los beneficios que se esperan obtener con la construcción de la obra, los problemas constructivos que influyen particularmente en la protección de zonas agrícolas y/o urbanas, los beneficios por la disminución en las pérdidas materiales y humanas , etc.

TABLA 3.3 Periodo de retorno en función de la zona por proteger

Características de la zona por proteger	Periodo de retorno, en años
Parcelas agrícolas aisladas, sin posibles pérdidas de vidas humanas	5
Distritos de riego, sin riesgo de pérdidas de vidas humanas	25
Zonas agrícolas, poco pobladas	50
Zonas agrícolas con poblados	100
Zona industrial y urbana	500
Zona densamente poblada	1000
Ciudades	1000

3.2 SELECCION DEL CRITERIO A SEGUIR

Los métodos para definir la avenida de diseño, tanto para estructuras mayores o menores, se presentan en los incisos 3.3 y 3.5.

Para la selección de la avenida de diseño se requiere por una parte un análisis hidrológico que lo fundamente y con base en éste hacer el análisis económico del problema. Conforme se incrementa el tamaño de la avenida de diseño, el costo de la obra aumenta y al mismo tiempo, la probabilidad de exceder la avenida disminuye.

No obstante, de que en la selección final del periodo de retorno para una estructura en particular interviene el criterio del ingeniero, es recomendable tener en cuenta lo siguiente

. Importancia de la obra
. Magnitud de la estructura, por ejemplo la altura de los bordos, la capacidad del cauce de alivio, etc
. Posible daño a propiedades adyacentes
. Costo de mantenimiento
. Costos de reparaciones a la obra
. Amortización del costo de la estructura de la obra
. Inconvenientes por suspensión de su operación
. Riesgo por pérdida de vidas humanas

En este subcapítulo sólo se menciona la manera de proceder para los

tipos de estructuras menor y mayor.

3.2.1 Estructuras menores

En este tipo quedan comprendidas, por ejemplo, los bordos, presas pequeñas, alcantarillas que cruzan carreteras, drenaje urbano, etc. Los pasos para definir la avenida de diseño son los siguientes

a) Se calcula la duración de la tormenta de diseño, ver 3.3.4, que, generalmente, se hace igual al tiempo de concentración.

b) De acuerdo con las características de la zona por proteger y con el tipo de obra se selecciona un periodo de retorno, ver tablas 3.3 y 3.4, en esta última se encuentran los valores recomendados para estructuras menores, pero se observa que, por ejemplo,para el drenaje de carreteras se tiene un periodo de retorno grande ya que por una insuficiencia de él, los daños económicos pueden resultar de consideración.

TABLA 3.4 Periodo de retorno para estructuras menores

Tipo de estructura	Periodo de retorno, en años
Bordos	2 a 50
Zanja para drenaje	5 a 50
Drenaje de aguas pluviales	2 a 10
Drenaje en aeropuertos	5
Drenaje en carreteras	50

También aquí quedan comprendidos los embalses pequeños, a los que debe dárseles especial atención cuando están construidos en zonas pobladas, ya que la falla de la cortina puede causar innumerables pérdidas humanas y materiales. El Soil Conservation Service propone la clasificación siguiente y, con base en ella, seleccionar el periodo de retorno cuando se tengan embalses pequeños.

Tipo A Estructuras localizadas en zonas rurales o agrícolas donde la falla pueda dañar ya sea granjas agrícolas o zonas de cultivo o terrenos públicos o caminos rurales.

Tipo B Estructuras localizadas en áreas predominantemente rurales o agrícolas donde la falla de ellas pueda dañar casas aisladas, carreteras principales o caminos rurales.

Tipo C Estructuras localizadas en sitios donde la falla de ellas pueda ocasionar pérdida de vidas humanas, fuertes daños sobre casas, construcciones industriales y edificios comer

ciales, carreteras principales y edificios públicos.

Para los tipos de estructura mencionados en la tabla 3.5 se indica el periodo de retorno que debe asignarse a ellas; en esta tabla P_{100} representa la altura de lluvia para una duración de 6 h y periodo de retorno de 100 años; PMP es la precipitación máxima probable, ver inciso 3.3.

TABLA 3.5 Periodo de retorno para embalses pequeños

Clasificación	Lluvia de diseño para el vertedor
A	P_{100}
B	$P_{100} + 0.12\ (PMP-P_{100})$
C	$P_{100} + 0.26\ (PMP-P_{100})$

c) Se calcula la lluvia de diseño en función de la duración y periodo de retorno (curvas intensidad-duración-periodo de retorno, ver 3.3.3 inciso c).

d) Se calcula la lluvia en exceso, si es posible también su distribución en el tiempo, ver 3.3.5.

e) Se selecciona un hidrograma unitario sintético, ver 3.5.2 inciso e

f) Se obtiene el hidrograma de escurrimiento directo, usando una de las relaciones lluvia-escurrimiento propuestas en 3.5.

Todos los conceptos mencionados en la secuencia anterior se describen ampliamente a lo largo de este capítulo.

3.2.2 Estructuras mayores

Se refiere fundamentalmente al tamaño que debe darse a los vertedores que se usan en presas grandes, en este caso la determinación de la avenida de diseño es más compleja ya que la magnitud de ella va a influir en la capacidad de la obra de excedencias, la altura de la cortina y el volumen de regulación del vaso. Sin embargo, el factor económico juega un papel muy importante en la decisión final, ya que también con el aprovechamiento se van a satisfacer otras demandas como son, por ejemplo, el abastecimiento de agua potable, el agua para riego, generación de energía, etc., sin olvidar el grado de protección, que se va a dar aguas abajo, tanto en vidas humanas como en propiedades, todo esto implica un beneficio económico.

En la tabla 3.6 se muestran los valores de periodos de retorno

recomendables para estas estructuras en función de la altura de la cortina.

TABLA 3.6 Solución del período de retorno de una avenida de diseño en función de la altura de la cortina.

Categoría	Almacenamiento, en m^3	Altura, en m	Pérdida de vidas	Daños	Avenida de diseño
Grande	> 60	>18	Considerables	Catastróficos	Relación lluvia-escurrimiento usando la precipitación máxima probable
Intermedia	1.2 a 60	12 a 30	Pequeña	5 a 10 veces el costo de la presa	Relación lluvia-escurrimiento basada en la tormenta más severa registrada en el pasado, maximizada por punto de rocío, o periodo de retorno de 1000 años
Pequeña	< 1.2	<15	Ninguna	Mismo orden de magnitud que el costo de la presa	Periodo de retorno de 50 a 100 años

3.2.3 Datos para el diseño

En el diseño de cualquier estructura se requiere de información, la cual, para los fines de este capítulo, es de dos tipos, una corresponde a la fisiográfica y la otra a la hidrológica .

-Tipos de datos

Los datos hidrológicos, ya sean lluvias o gastos, se presentan en orden cronológico, en ocasiones sólo algunos de los valores originales tienen aplicación ya que el análisis de los mismos es regido por una condición crítica, es decir, frecuentemente se basa en usar dos tipos de datos, a unos se les llama serie de valores máximos o extremos y a los otros serie de excedentes o de duración parcial.

La serie de valores máximos sólo toma en cuenta al valor más grande o

más pequeño que estén en el registro para un determinado intervalo constante de tiempo, así, por ejemplo, sí este intervalo es de un año y contiene los valores más grandes o pequeños se le designa como una serie de máximos o mínimos anuales, respectivamente.
La serie de excedentes está formada por un conjunto de datos los cuales se seleccionan de tal forma que su magnitud sea mayor a un cierto valor de referencia, es decir, el número de datos de la serie debe de ser igual al número de años del registro.
La serie de máximos anuales se utiliza cuando el diseño debe estar regido por las condiciones más desfavorables y la de excedentes cuando el segundo valor más grande en el año puede influir en el diseño.
El periodo de retorno para los máximos se obtiene con la ec 3.2 y para los excedentes con la expresión siguiente

$$Te = \frac{n}{m} \qquad (3.4a)$$

Las ecs 3.2 y 3.3a están relacionadas por

$$Te = \frac{1}{\log_e \frac{Tr}{Tr - 1}} \qquad (3.4b)$$

Del análisis de esta ecuación se tiene que para valores de Tr mayores de 10 años éste es semejante a T_e, por lo que se puede decir que al contar con un registro mayor de 10 años el análisis hidrológico de los datos no cambia en forma importante si se usa una serie de máximos o una de excedentes.
-Datos fisiográficos
Son el área, tipo de terreno y cobertura vegetal de la cuenca, pendiente y longitud del cauce principal, topografía y geología de la zona, etc; en Springall (abril 1970) se puede consultar ampliamente una descripción acerca de las características fisiográficas y la manera de calcularlas. En los proyectos preliminares se pueden usar para la determinación de estos datos las cartas que publican el Instituto Nacional de Economía, Geografía e Informática (INEGI) o la Secretaría de la Defensa Nacional.
-Datos hidrológicos
Una dificultad que se presenta en el diseño hidrológico es el de disponer de información de lluvia, escurrimiento, evaporación, temperatura, etc. Ella puede ser obtenida en los boletines hidrológicos

que periódicamente publican la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos. (SARH), ahora lo hace la Comisión Nacional del Agua (C N A.), por medio de discos compactos, la Comisión Federal de Electricidad (C F E.), el Servicio Metereológico Nacional (S M N.) y la Comisión Internacional de Límites y Aguas (C.I.L.A.).

3.3 LLUVIAS

3.3.1 Introducción

La precipitación se presenta en forma de lluvia, nieve, granizo, etc; en nuestro medio por su magnitud y frecuencia la más importante es la primera de ellas, aunque hay algunas zonas del norte de la república donde la fusión de la nieve es la que puede ocasionar avenidas grandes. En el análisis hidrológico las características fundamentales de la precipitación son las siguientes

1) Altura de precipitación

Es la cantidad de agua que se precipita durante una tormenta en determinado tiempo. Sus unidades son de longitud, generalmente se expresa en mm. También se le conoce como lámina de lluvia.

2) Intensidad de precipitación

Es la cantidad de agua que se precipita en un determinado tiempo, se expresa en mm/h.

3) Duración

Es el intervalo de tiempo en que está presente la precipitación, se expresa en h.

3.3.2 Análisis de la precipitación

Para conocer la precipitación representativa sobre una cuenca, primero se requiere llevar a cabo un análisis de los datos registrados en cada una de las estaciones de la cuenca. Este análisis consta principalmente de los conceptos siguientes

a) Curva masa

La curva masa es una relación entre la altura de precipitación acumulada a través del tiempo, desde el inicio de la tormenta hasta su terminación. Se obtiene del registro del pluviógrafo. En la fig 3.1 se muestra la curva masa de una tormenta.

Cualquier tangente a la curva masa representa la intensidad de la lluvia, i, para ese instante, es decir

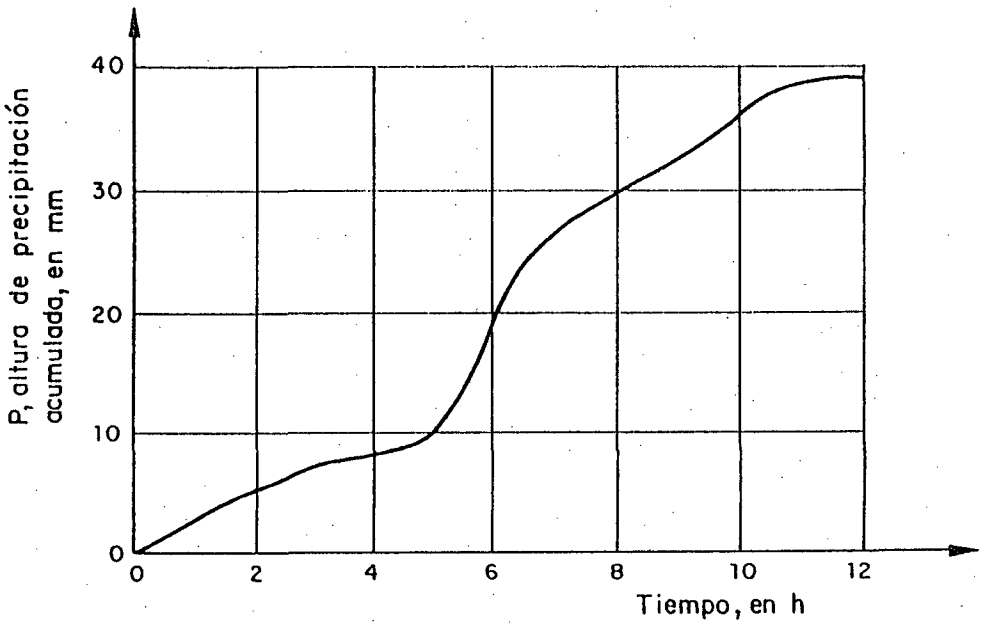


Fig 3.1 Curva masa de una tormenta

$$i = \frac{\Delta P}{\Delta t} \qquad (3.5)$$

donde

i intensidad de la lluvia, en mm/h

ΔP incremento de lluvia en el intervalo Δt, en mm

Δt incremento de tiempo, en h

Para cada duración existe un valor de intensidad máxima que se calcula de la forma siguiente:

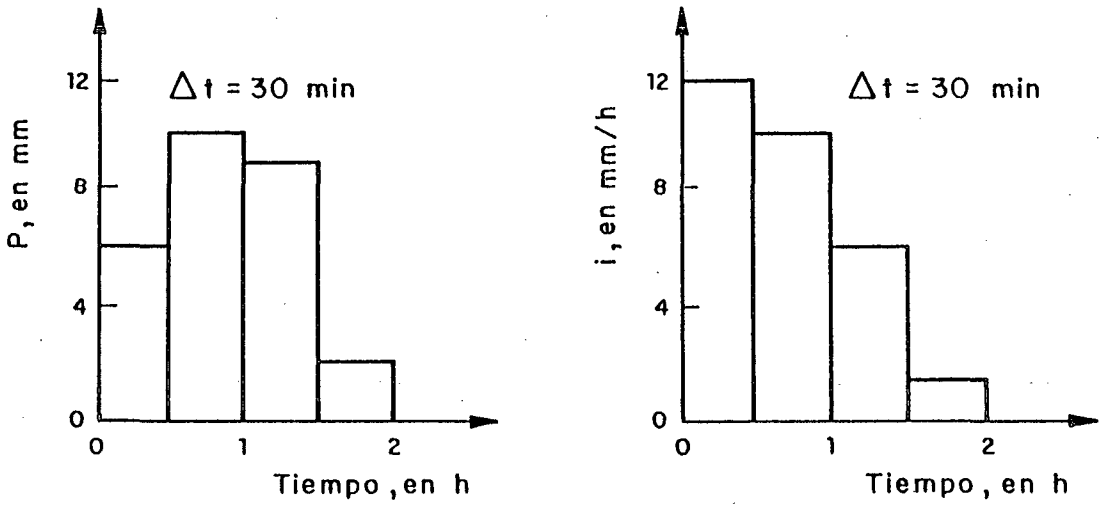
1. Se selecciona una duración de interés, d_i.
2. Con los valores de la curva masa se calculan las diferencias de precipitación, ΔP_i, correspondientes a todas las parejas de puntos separados entre sí un tiempo igual a d_i, la separación no debe ser continua.
3. Se encuentra la diferencia máxima, $\Delta Pi_{máx}$, y se divide entre el intervalo de tiempo a fin de obtener la intensidad máxima correspondiente a dicho intervalo.

b) Hietograma

Es una gráfica que muestra la variación de las alturas o intensidades de la precipitación para un incremento de tiempo. Generalmente, es una representación de barras verticales cuya altura es igual a la intensidad o altura de precipitación que corresponde a un intervalo de tiempo constante, ver fig 3.2. El hietograma se obtiene de la curva masa mediante los pasos siguientes

1. Se consideran en la curva masa intervalos de tiempo constantes, Δt
2. Se obtiene la altura de precipitación al inicio y al final de cada intervalo de tiempo
3. Se calculan las diferencias entre los valores de altura de precipitación para cada intervalo
4. Se dibujan los valores obtenidos en el paso 3, ver fig 3.2a.

También se puede expresar el hietograma en términos de la intensidad de lluvia en lugar de la altura; para ello se divide cada uno de los valores obtenidos en el paso 4 entre el intervalo de tiempo Δt, ver fig 3.2b



a) Hietograma, expresado en altura de precipitación

b) Hietograma, expresado en intensidad de lluvia

Fig 3.2 Hietograma de una tormenta

c) Precipitación media

Para conocer la precipitación media de una tormenta en toda la cuenca, se requiere de mediciones en varias estaciones localizadas tanto dentro de ella como en su vecindad. Una estación se considera vecina siempre y cuando su distancia al parteaguas sea pequeña, se recomienda que ésta no exceda de 5 km, o bien se usa un criterio basado en correlaciones cruzadas de los datos de precipitación de varias estaciones (Domínguez, 1976) para definir la vecindad.

Existen tres procedimientos para determinar esta precipitación, los cuales se mencionan a continuación.

Promedio aritmético.

Es igual a la media aritmética de las alturas de precipitación, es decir, consiste en sumar la altura de precipitación registrada en cada una de las estaciones y dividirla entre el número total de éstas

$$\bar{P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} P_i \qquad (3.6)$$

donde

$\bar{P}$ precipitación media, en mm

P_i precipitación registrada en la estación i, en mm

n número de estaciones

Este método no considera la distribución de las estaciones en la cuenca por lo que resulta limitado en su uso, sobre todo cuando no se dispone de muchas estaciones.

Método de Thiessen.

Para la aplicación de este criterio se requiere señalar la ubicación de las estaciones en la cuenca y delimitar el área de influencia de cada una de ellas por medio de polígonos. Para dibujar los polígonos, primero se trazan triángulos, los cuales se forman al ligar con rectas las estaciones más próximas entre sí y después se marcan las medianas de los lados de los triángulos que son las que van a formar los polígonos; las áreas limitadas por los polígonos que rodean a cada estación o por éstos y el parteaguas de la cuenca corresponden al área de influencia de la estación, ver fig 3.3a .

Para obtener la precipitación media se utiliza la ecuación

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (P_i a_i)}{A} \qquad (3.7)$$

donde

P_i precipitación en la estación i, en mm

a_i área del polígono de la estación i, en km^2

A área total de la cuenca, en km^2

En este criterio se intenta tomar en cuenta la distribución de la lluvia en la cuenca, pero puede tener limitaciones si las estaciones no están bien repartidas en toda la cuenca o existen algunas con áreas de influencia mucho más grandes a las del resto. Otra desventaja es que al usar líneas rectas para unir a las estaciones se obliga a que la variación de la lluvia entre ellas sea lineal.

. Método de isoyetas.

Para aplicarlo se requiere un plano con la localización de las estaciones. En cada una de ellas se anota el valor de la precipitación y se trazan las curvas de igual precipitación, denominadas isoyetas, ver fig 3.3b . El dibujo de las isoyetas es semejante al que se realiza en Topografía para definir las curvas de nivel del terreno.

La ecuación que se emplea en este método es

$$\overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (P_i a_i)}{A} \qquad (3.8)$$

donde

P_i . precipitación promedio entre dos isoyetas consecutivas en mm

a_i área limitada entre dos isoyetas consecutivas o entre una isoyeta y el parteaguas de la cuenca, en km^2

A área total de la cuenca, en km^2

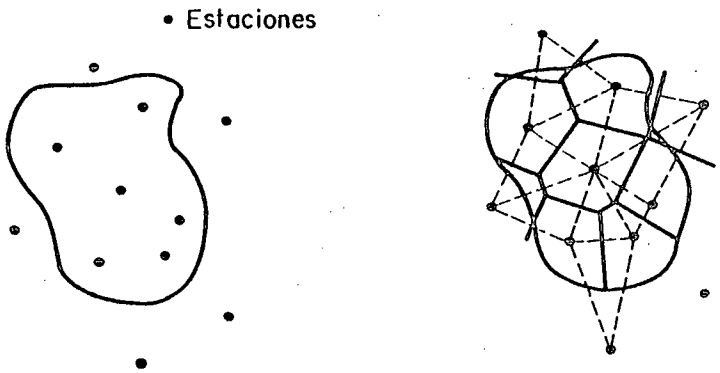


Fig 3.3a Polígonos de Thiessen

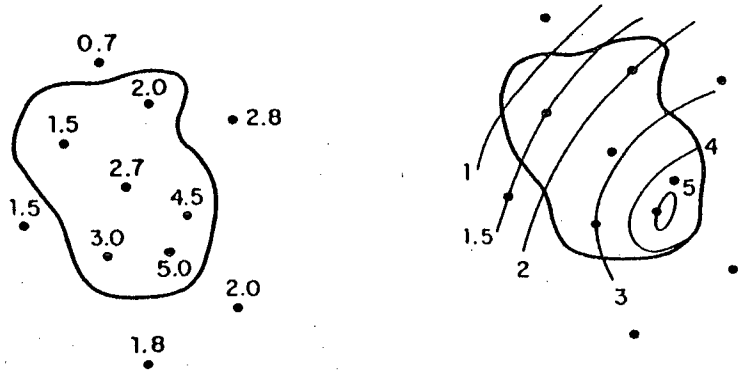


Fig 3.3b Plano de isoyetas

De los tres procedimientos, éste último es el mejor, ya que toma en cuenta la distribución espacial de la lluvia en la cuenca.

d) Hietograma de altura de precipitación media

Para conocer la variación de la altura de precipitación media con el tiempo, se emplea el hietograma de precipitación media. Este diagrama se puede obtener a partir de los hietogramas de las estaciones de la cuenca y de su vecindad. Los hietogramas deben tener el mismo intervalo de tiempo. Al considerar el mismo lapso de tiempo en todos los hietogramas se define la altura de precipitación en cada estación y se aplica cualquiera de los métodos del inciso c, con lo que se obtiene la altura de precipitación media para ese lapso de tiempo del hietograma buscado. Después de repetir el proceso para cada una de las demás barras de los hietogramas de las estaciones se llega al hietograma de alturas de precipitación media.

3.3.3 Curvas características de la precipitación

Las características de la precipitación son distintas en cada cuenca. De aquí que los datos de precipitación registrados en diferentes zonas solamente ofrezcan una aproximación adecuada de la precipitación en la región inmediata a donde se realizó la medición.

Para fines de diseño los datos obtenidos de la precipitación se pueden agrupar en curvas que representen las características de ésta para la zona. Estas curvas son la de intensidad-duración-periodo de retorno (i-d-T_r) y la de altura de precipitación-área-duración (P-A-d), cuya aplicación es función del tamaño de la cuenca.

Según Chow (1964) una cuenca pequeña es aquella que es sensible a lluvias de alta intensidad y corta duración, es decir, que predominan las características fisiográficas de la cuenca sobre las del cauce. Chow fijó como límite para considerar una cuenca pequeña aquella que fuera menor de 25 km^2, sin embargo, para I-Pai-Wu y Springall este límite es de 250 km^2. Para cuencas grandes el efecto de almacenamiento en el cauce es muy importante, por lo cual deberá darse mayor atención a las características de éste.

Para fines prácticos se propone usar la clasificación de tamaño de cuenca mostrada en la tabla 3.7.

a) Curvas intensidad-duración-periodo de retorno (i-d-T_r)

Para conocer la variación de la intensidad y la duración de la precipitación en relación con su frecuencia de incidencia se hacen análisis de los datos registrados en una estación. La intensidad y

TABLA 3.7 Clasificación de las cuencas con respecto a su tamaño

Tamaño de la cuenca, en km^2	Descripción
< 25	Muy pequeña
25 a 250	Pequeña
250 a 500	Intermedia-pequeña
500 a 2500	Intermedia-grande
2500 a 5000	Grande
> 5000	Muy grande

duración se obtienen a partir de los registros del pluviógrafo. Su aplicación abarca un área menor de 25 km^2, por tanto se puede considerar que los valores que se pronostican con estas curvas son puntuales. La intensidad corresponde a su valor máximo en un cierto tiempo, en la fig 3.4 se muestra la representación gráfica de estas curvas.

La forma más usual de representar a estas curvas es mediante la ecuación siguiente

$$i = \frac{K\ Tr^{h}}{d^{b}} \qquad (3.9)$$

donde

i intensidad de lluvia, en mm/h

d duración, en min

Tr periodo de retorno, en años

K, h, b parámetros cuyo valor se determina con los datos medidos

Expresando la ec 3.9 en términos de logaritmos se tiene que

$$\log i = \log K + h \log Tr - b \log d \qquad (3.10)$$

esta ecuación es semejante a la de una recta de la forma

$$y = A_o + A_1 X_1 + A_2 X_2 \qquad (3.11)$$

donde

$A_o = \log K$, $A_1 = h$, $A_2 = -b$

$X_0 = \log i$, $X_1 = \log Tr$ $X_2 = \log d$

Aplicando el método de mínimos cuadrados, para determinar el valor de los parámetros A_o, A_1 y A_2, se obtiene el sistema de ecuaciones siguiente:

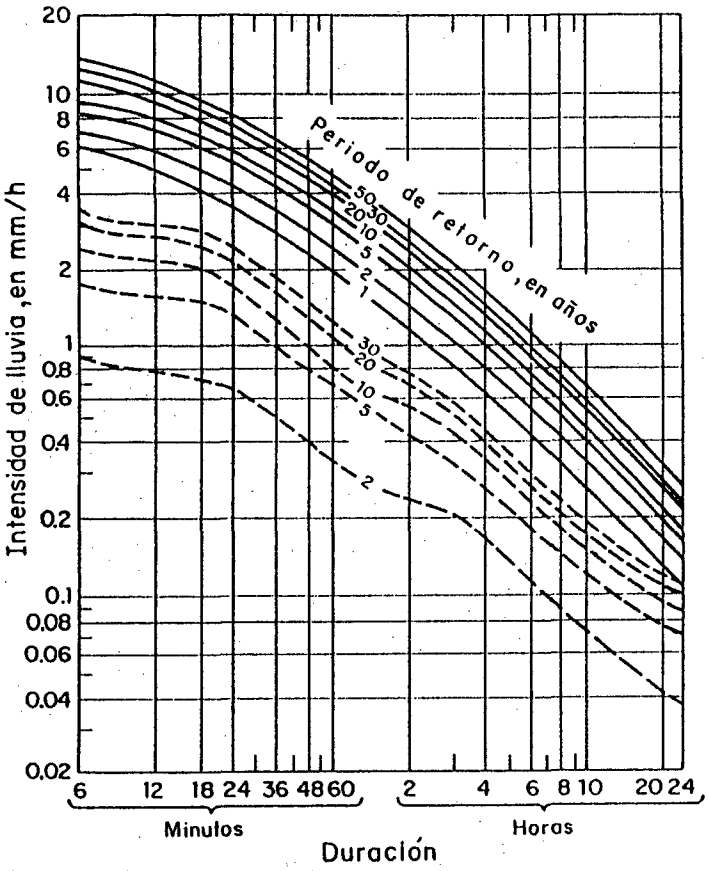


Fig 3.4 Curvas i - d - Tr

$$\begin{aligned} \sum y &= A_0 N + A_1 \sum X_1 + A_2 \sum X_2 \\ \sum X_1 y &= A_0 \sum X_1 + A_1 \sum X_1^2 + A_2 \sum X_1 X_2 \\ \sum X_2 y &= A_0 \sum X_2 + A_1 \sum X_1 X_2 + A_2 \sum X_2^2 \end{aligned} \qquad (3.12)$$

donde N es el número total de tercias de datos (i, d, Tr)

Un caso especial de estas curvas se tiene para la duración de 24 h, la cual permite relacionar directamente a la altura de precipitación de un día contra el periodo de retorno, con esto se obtiene la curva altura de precipitación máxima de 24 h-periodo de retorno; en el inciso *c* de este subcapítulo se tratan estas curvas.

b) Curvas de altura de precipitación-área-duración (P-A-d)

Para conocer la altura de precipitación asignada a una cierta duración en una cuenca de determinada área, se utilizan las curvas P-A-d.

Estas resultan del análisis del conjunto de datos de un grupo de estaciones. Con estas curvas se intenta representar la variación de la altura de lluvia con respecto al área para diferentes duraciones. El análisis se debe hacer para las tormentas más desfavorables, ver Franco y Domínguez (1981).

Para cuencas pequeñas se recomienda obtener estas curvas para duraciones de 15, 30, 45, 60, 90 y 120 min y para cuencas grandes se usan duraciones de 6, 12, 18 y 24 h, ver fig 3.5 . En el cálculo de estas curvas se usan los resultados de la aplicación de los métodos de isoyetas y polígonos de Thiessen.

Para obtener estas curvas se recomienda usar el procedimiento siguiente:

1) Se obtiene la curva masa de la tormenta, registrada para cada estación con pluviógrafo.

2) Se calcula la precipitación media con el método de isoyetas para la duración total, empleando los datos de pluviógrafos y pluviómetros.

3) Superponiendo las gráficas de curvas masa de todas las estaciones,

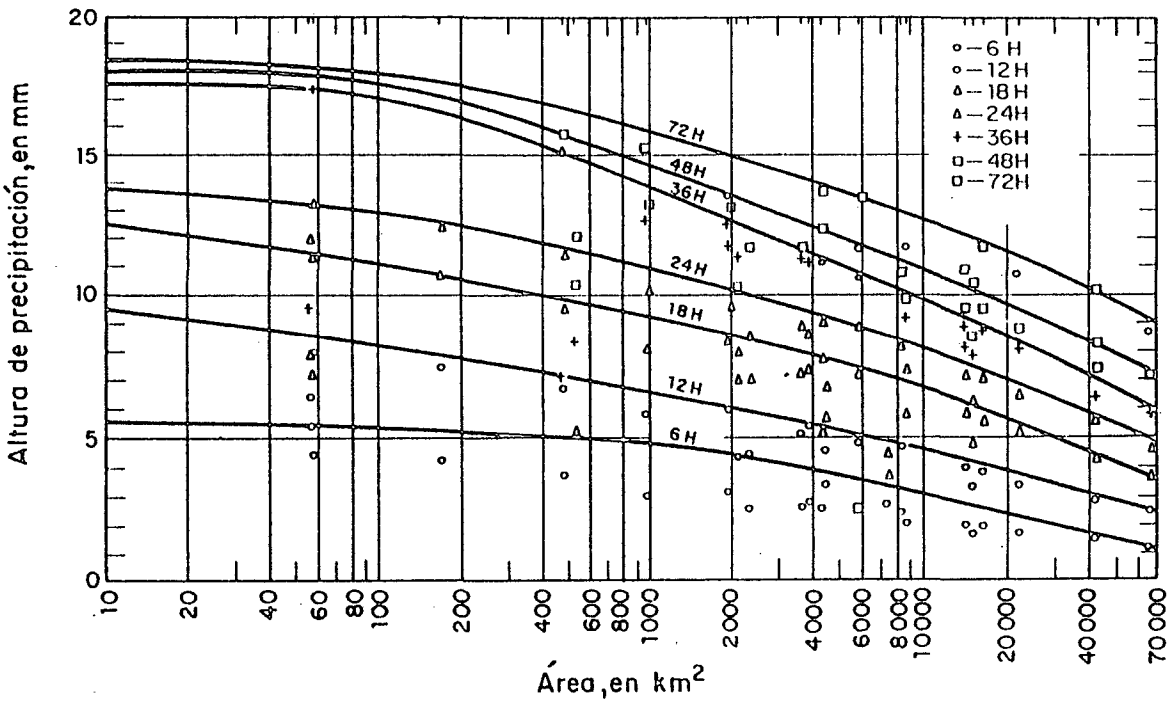


Fig 3.5 Curvas P-A-d

se escoge un origen común a todas ellas, a partir del cual se divide la duración total en intervalos de tiempo constante.

4) Para cada intervalo de tiempo se obtiene la precipitación que corresponde a cada una de las estaciones pluviográficas.

5) Usando el plano de isoyetas del paso 2, para cada zona encerrada por una isoyeta empezando por la de mayor valor, se calcula el área encerrada por ella y el parteaguas y se calcula la precipitación media correspondiente, usando el método de isoyetas.

6) Se dibujan los polígonos de Thiessen asociados a las estaciones pluviográficas y se superponen al plano de isoyetas para determinar que

porcentaje del área encerrada por cada isoyeta le corresponde a cada estación con pluviógrafo.

7) Se calcula una curva masa media para cada área encerrada entre isoyetas, multiplicando la curva masa de la tormenta de cada estación pluviográfica por el porcentaje correspondiente obtenido en el paso 6.

8) Para cada área encerrada entre isoyetas se calcula la curva masa media ajustada. Para ello se procede de la manera siguiente

Se calcula un factor de ajuste, que resulta de dividir el valor de la precipitación media total del método de isoyetas entre la precipitación media total obtenida con el método de Thiessen, los valores del paso 7 se multiplican por el factor de ajuste calculado.

9) Para todas las duraciones de interés, las cuales deben ser múltiplos del intervalo de tiempo utilizado en el análisis, y para cada área, se calculan los incrementos máximos de precipitación.

10) En una gráfica se relacionan las tercias de valores correspondientes al incremento máximo de precipitación, la duración y el área. Se dibuja una envolvente, para cada duración a los puntos obtenidos y las líneas que resultan corresponden a las curvas de precipitación-área-duración, ver fig 3.5.

c) Curvas de altura de precipitación máxima en *24 h - periodo de retorno*

En este caso el análisis de los datos de lluvia se hace a partir de los registros de pluviómetros o, si no se cuenta con éstos, con la lectura de 24 horas de los pluviógrafos, ya que se usan alturas de lluvia correspondientes a una duración de 24 h . Estas curvas relacionan para una duración de 24 h a su altura de lluvia con el periodo de retorno, ver fig 3.6. Para conocer estas curvas se requiere calcular para las alturas máximas anuales su periodo de retorno y luego ajustarle una función de distribución de probabilidad, como se menciona en el inciso 3.4.3 .

Para algunas funciones de distribución de probabilidad, cuyos parámetros se ajustan por el método de momentos (inciso 3.4.3), la altura de precipitación asociada a un periodo de retorno T_r se puede calcular como

$$P = \overline{P} + K\,S \qquad (3.13)$$

donde P es la altura de precipitación que se desea conocer; $\overline{P}$ y S son la media y desviación estándar de los datos, respectivamente; a K se le llama factor de frecuencia. Por ejemplo, para una función de distribución de probabilidad normal este factor se encuentra a partir de la va

riable normal estandarizada asociada a Tr o q (probabilidad de ocurrencia), ver fig 3.7, es decir se tiene que K es la variable normal estandarizada, cuyo valor se encuentra en una tabla de la función normal, por ejemplo, ver tabla 3.13.

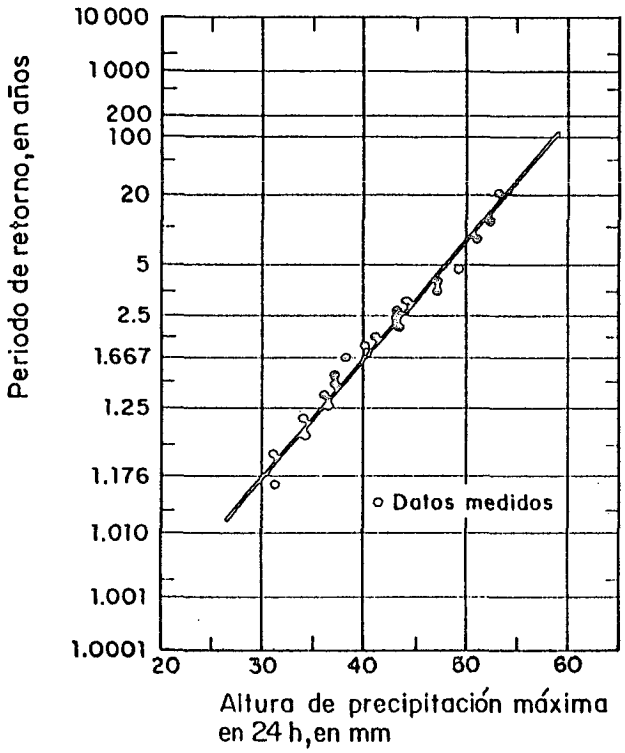


Fig 3.6 Curva altura de precipitación máxima en 24 h - periodo de retorno

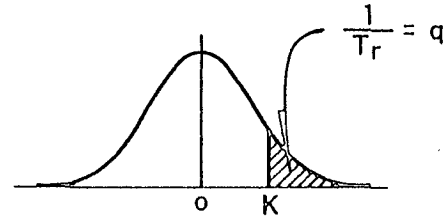


Fig 3.7

Para una función de distribución de probabilidad Gumbel el factor de frecuencia esta dado por

$$K = -\frac{\sqrt{6}}{\pi}\left[0.5772+\text{Ln}\left[\text{Ln}\frac{Tr}{Tr-1}\right]\right] \qquad (3.14)$$

esta ecuación es aplicable cuando el número de datos tiende a infinito; para una muestra de tamaño finito el valor de K es función de la longitud de registro y se obtiene con ayuda de la tabla 3.8 .

TABLA 3.8 Factor de frecuencia K, distribución Gumbel

Tamaño de la muestra	Periodo de retorno, en años						
	10	20	25	50	75	100	1000
15	1.703	2.410	2.632	3.321	3.721	4.005	6.265
20	1.625	2.302	2.517	3.179	3.563	3.836	6.006
25	1.575	2.235	2.444	3.088	3.463	3.729	5.842
30	1.541	2.188	2.393	3.026	3.393	3.653	5.727
40	1.495	2.126	2.326	2.943	3.301	3.554	5.476
50	1.466	2.086	2.283	2.889	3.241	3.491	5.478
60	1.446	2.059	2.253	2.852	3.200	3.446	5.419
70	1.430	2.038	2.230	2.824	3.169	3.413	5.359
75	1.423	2.029	2.220	2.812	3.155	3.400	5.339
100	1.401	1.998	2.187	2.770	3.109	3.349	5.261

d) Precipitación máxima probable(PMP)

Este concepto se refiere a la condición más desfavorable de lluvia y con la característica de que no se le puede asignar ningún periodo de retorno. La PMP se define como la máxima cantidad de lluvia, durante cualquier época del año, que resulta de la combinación de las condiciones meteorológicas más críticas que posiblemente pueden ocurrir para una determinada área. Lo que se menciona a continuación es aplicable a cuencas con área menor a 50 000 km^2.

La PMP se puede valorar con cuatro diferentes procedimientos; el primero consiste en utilizar modelos de tormenta como es, por ejemplo, el caso del modelo del plano inclinado, ver Wiesner (1970); en el segundo se hace la transposición y maximización de tormentas usando para ello curvas de altura de precipitación-área-duración y factores de ajuste por humedad y presencia de barreras, ver Domínguez y Lozoya (1983); el tercer método usa un mapa de isoyetas, los valores que se usan para dibujarlo se obtienen aplicando cualquiera de los dos criterios mencionados, y es aplicable para cuencas menores de 10 000 km^2, ver Springall (1978); el último llamado estadístico, propuesto por Hershfield (1961, 1965), consiste en analizar los valores de lluvia registrados en un pluviómetro y en este caso la precipitación máxima probable en 24 h (PMP_{24h}) se obtiene con

$$PMP_{24h} = \bar{P} + K S_n \qquad (3.15)$$

donde $\bar{P}$ es la media de los valores de lluvia máximos acumulados medidos

en 24 h y S_n la desviación estándar de los valores mencionados, calculada con la ec 3.29; K es una constante igual a 15. El mismo autor señala que en función del tamaño de la muestra se deben ajustar los valores de $\bar{P}$ y S_n; sin embargo, Viessman *et al* (1977) señala que esos ajustes no alteran los resultados significativamente. Este método da buenos resultados para áreas de cuenca menores de 3000 km^2 pero se puede usar hasta áreas no mayores de 5000 km^2. La longitud del registro que se usa, de ser posible, debe ser mayor de 20 años y no es conveniente aplicarlo cuando ella sea menor de 10 años. La aplicación de este método se restringe a cuencas con un área menor de 3000 km^2 y sólo proporciona valores puntuales con una duración de 24 h; para duraciones diferentes a la de 24h se puede inferir su correspondiente valor usando la fig 3.36, para ello se procede de la manera siguiente: se ubica en la fig 3.36 el valor de PMP obtenido con la ec 3.15 y por él se dibuja una recta paralela a la envolvente mundial y con ella se podrá obtener el valor de PMP para diferentes duraciones, ver Campos (1982). Se recomienda, por su facilidad y rapidez de aplicación, usar este método como una primera aproximación.

3.3.4 Duración de la tormenta

En cuencas pequeñas o en el diseño de estructuras menores, se recomienda usar duraciones menores o iguales a 6h , sin embargo, también se suele considerar que la duración sea igual al tiempo de concentración.
El tiempo de concentración t_c se define como el tiempo que tarda una partícula de agua en viajar desde un punto dado de la cuenca hasta la salida de la misma. Para calcular este tiempo se usan relaciones empíricas, en ellas intervienen características fisiográficas de la cuenca, siendo una de las más utilizadas la propuesta por Kirpich (1940), la cual se define como

$$t_c = 0.0003245 \left[\frac{L}{\sqrt{S}}\right]^{0.77} \qquad (3.16)$$

donde t_c esta en h ; L longitud del cauce principal, en m; S pendiente media del cauce principal.
Se recomienda calcular la pendiente media del cauce mediante la fórmula de Taylor-Schwarz (Springall, abril 1970) la cual está dada por

$$S = \left[\frac{n}{\frac{1}{\sqrt{S_1}} + \frac{1}{\sqrt{S_2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{S_n}}} \right]^2 \qquad (3.17)$$

Para emplear esta fórmula, la longitud del cauce principal se divide en n número de tramos de igual longitud y a cada uno de ellos se les calcula su pendiente S_i y se recomienda que $n \geq 5$.
También se puede utilizar para obtener el valor de t_c la ecuación propuesta por Rowe (Campos, 1982), dada por

$$t_c = \left[\frac{0.87\ L^3}{H} \right]^{0.385} \qquad (3.18a)$$

La ec 3.18a se aplica cuando el área de la cuenca es mayor de 3000 km^2, en ella H es el desnivel entre el punto más alejado y la salida de la cuenca, medido sobre el cauce principal en m; L longitud entre los dos puntos mencionados para definir H , en km; t_c en h.
Ragan y Duru (1972) proponen usar la ecuación siguiente

$$t_c = 6.917(n\ L)^{0.6}/(i^{0.4}\ S^{0.3}) \qquad (3.18b)$$

donde n es el coeficiente de rugosidad de Manning ($n \cong 0.02$ para superficies pavimentadas y 0.5 para superficies con vegetación); i es la intensidad de la lluvia, en mm/h; t_c en min y L la longitud del cauce en m.
Para cuencas grandes hay que hacer un análisis detallado de las duraciones que se han tenido para las tormentas registradas más intensas y con base en ello se define el valor de la duración, la cual puede llegar a tener valores hasta de diez días.

3.3.5 Lluvia en exceso

La parte de precipitación que queda atrapada en la vegetación, más la interceptada en la superficie del suelo y la que se infiltra se conoce como "pérdida de precipitación" . Ante la dificultad de valuar por separado cada uno de los conceptos anteriores y por ser el tercero de ellos el más grande se considera que los tres corresponden a la infiltración.
A la altura de precipitación que resulta de restar a la total la debida a las pérdidas se le conoce como altura de precipitación en exceso o

efectiva y es la que da origen al escurrimiento directo.

El volumen de pérdidas se valua al restar al volumen total de lluvia el del escurrimiento directo, es decir

$$V_P = V_{LL} - V_{ED} \qquad (3.19)$$

donde

V_P volumen de pérdidas, en m^3
V_{LL} volumen total de lluvia, en m^3
V_{ED} volumen de escurrimiento directo, en m^3

El volumen total de lluvia se obtiene al multiplicar la altura de precipitación media por el área de la cuenca. Tal altura de precipitación corresponde a la suma de las ordenadas del hietograma de precipitaciones medias en la cuenca, ver 3.3.2.

El volumen de escurrimiento directo, ver 3.4.2, es igual al producto del área de la cuenca por la lluvia en exceso o también es igual al área del hidrograma de escurrimiento directo. Los criterios más usados para calcular las pérdidas son

- Coeficiente de escurrimiento
- Indice de infiltración media
- Número de escurrimiento

a) Coeficiente de escurrimiento

Considera que las pérdidas son proporcionales a la altura de precipitación media. De manera que el coeficiente de escurrimiento C es igual al cociente del volumen del escurrimiento directo entre el volumen total de lluvia, es decir

$$C = \frac{V_{ED}}{V_{LL}} \qquad (3.20)$$

Cuando el área de drenaje está constituída por diferentes tipos de cubierta y superficies, el coeficiente de escurrimiento C puede obtenerse en función de las características de cada porción del área

como un promedio pesado, es decir, se tiene que

$$C = \frac{C_1A_1 + C_2A_2 + C_3A_3 + \ldots + C_nA_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n} \qquad (3.21)$$

donde

C_i coeficiente de escurrimiento que corresponde al área parcial A_i

A_i área parcial i que tiene un cierto tipo de superficie

En la tabla 3.9 se dan algunos valores del coeficiente de escurrimiento según sea el tipo de área de drenaje.

b) Indice de infitración media

Se supone que durante toda la tormenta todo el suelo tiene una capacidad constante de infiltración llamada índice de infiltración media ϕ, ver fig 3.8 . Cuando la intensidad de precipitación es menor que ϕ se infiltra toda la lluvia, y cuando la intensidad es mayor a ϕ la diferencia es la que escurre superficialmente.

Para calcular el índice de infiltración media de una tormenta se sigue el procedimiento que se describe a continuación .

1) Se calcula la lluvia en exceso total, como se indica en 3.3.5 .
2) Se supone un valor de ϕ .
3) Para un intervalo de tiempo del hietograma se calcula la diferencia entre la altura de precipitación y el valor de ϕ , si es mayor a cero ella se considera como la altura de lluvia en exceso para dicho intervalo, de otro modo esta altura no existe.
4) Se repite el proceso para cada uno de los intervalos del hietograma.
5) Se suman las alturas en exceso de cada intervalo del hietograma, si es igual a la altura de lluvia en exceso total,el valor supuesto de ϕ es el correcto, si es distinto se supone otro valor de ϕ y se repite el proceso desde el paso 2.

TABLA 3.9 Valores del coeficiente de escurrimiento C

TIPO DE AREA DRENADA	COEFICIENTE DE ESCURRIMIENTO	
	MINIMO	MAXIMO
ZONAS COMERCIALES		
Zona comercial	0.70	0.95
Vecindarios	0.50	0.70
ZONAS RESIDENCIALES		
Unifamiliares	0.30	0.50
Multifamiliares, espacios	0.40	0.60
Multifamiliares, compactos	0.60	0.75
Semiurbanas	0.25	0.40
Casas habitación	0.50	0.70
ZONAS INDUSTRIALES		
Espaciado	0.50	0.80
Compacto	0.60	0.90
CEMENTERIOS, PARQUES	0.10	0.25
CAMPOS DE JUEGO	0.20	0.35
PATIOS DE FERROCARIL	0.20	0.40
ZONAS SUBURBANAS	0.10	0.30
CALLES		
Asfaltadas	0.70	0.95
De concreto hidráulico	0.80	0.95
Adoquinadas	0.70	0.85
ESTACIONAMIENTOS	0.75	0.85
TECHADOS	0.75	0.95
PRADERAS		
Suelos arenosos planos (pendientes 0.02)	0.05	0.10
Suelos arenosos con pendientes medias (0.02-0.07)	0.10	0.15
Suelos arenosos escarpados (0.07 ó más)	0.15	0.20
Suelos arcillosos planos (0.02 ó menos)	0.13	0.17
Suelos arcillosos con pendientes medias (0.02-0.07)	0.18	0.22
Suelos arcillosos escarpados (0.07 ó más)	0.25	0.35

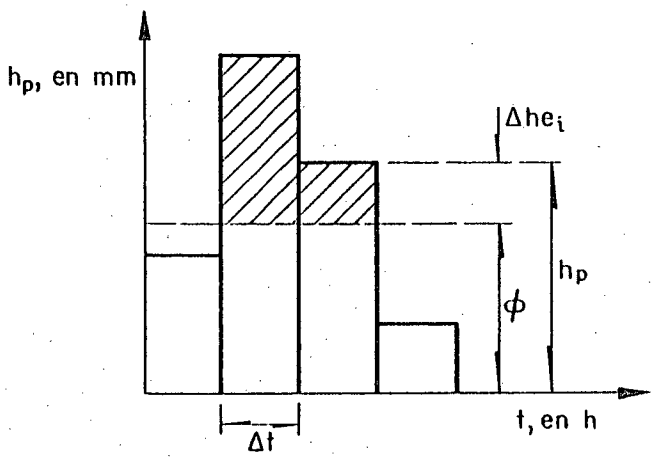


Fig 3.8 Cálculo del índice de infiltración media

c) Número de escurrimiento

El número de escurrimiento N depende del uso, tipo y composición del suelo y del tratamiento , pendiente y estado de humedad del terreno. En función de ellos y de la lluvia total se calcula la lluvia efectiva. En la tabla 3.10 se muestra la clasificación de los suelos y en función del uso del suelo, de la condición de la superficie de la cuenca y de la pendiente del terreno se podrá conocer el valor de N con ayuda de la tabla 3.11.

Para diferentes tipos de superficie en la cuenca el valor de N, se determina como un promedio pesado por medio de la ecuación siguiente

$$N = \frac{N_1 A_1 + N_2 A_2 + \ldots + N_n A_n}{A_c} \qquad (3.22)$$

El número de escurrimiento obtenido de la manera anterior se debe afectar por un factor que considere la lluvia antecedente. Es decir, si hubo lluvia cinco días antes se hace una corrección de acuerdo con la cantidad de lluvia que se haya registrado, esto se hace utilizando la tabla 3.12. En esa misma tabla aparece el factor por el cual se debe afectar el valor de N dependiendo del tipo de corrección.

Conocidos los valores de N y de la lluvia total P se calcula el de la lluvia efectiva, P_e, con la ecuación siguiente

$$P_e = \frac{\left(P - \frac{508}{N} + 5.08 \right)^2}{P + \frac{2032}{N} - 20.32} \qquad (3.23)$$

donde P y P_e están en cm.
El rango de aplicación, según Chow (1962), de esta fórmula es para valores de

$$P > \frac{508}{N - 5.08} \qquad (3.23a)$$

Si no se desea usar la ec 3.23 el valor de P_e también se puede obtener con la fig 3.9

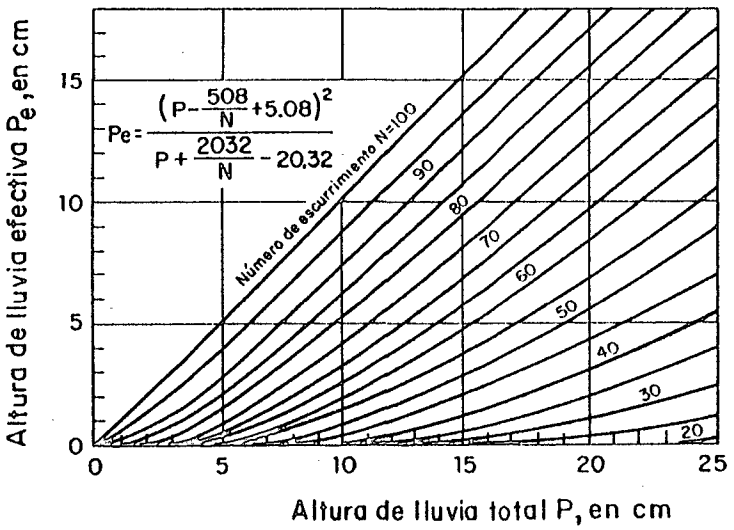


Fig 3.9 Altura de lluvia efectiva en función de la altura de lluvia total y del número de escurrimiento

TABLA 3.10 Clasificación de suelos

TIPO	CARACTERISTICAS
Tipo A	Arenas con poco limo y arcilla de tamaño medio (escurrimiento mínimo)
Tipo B	Arenas finas y limos orgánicos e inorgánicos, mezclas de ambos
Tipo C	Arenas muy finas, limos y bastante arcilla
Tipo D	Arcillas en grandes cantidades; suelos poco profundos con subhorizontes casi impermeables (escurrimiento máximo)

TABLA 3.11 Valor del número de escurrimiento N, de acuerdo al tipo y uso del suelo

Uso de la tierra o cobertura	Condición de la superficie	Pendiente terreno, en %	Tipo de suelo			
			A	B	C	D
Bosques (sembrados y cultivados)	Ralo, baja transpiración	---	45	66	77	83
	Normal, transpiración media	---	36	60	73	79
	Espeso o alta transpiración	---	25	55	70	77
Caminos	De tierra	---	72	82	87	89
	Superficie dura	---	74	84	90	92
Bosques naturales	Muy ralo o baja transpiración	---	56	75	86	91
	Ralo, baja transpiración	---	46	68	78	84
	Normal, transpiración media	---	36	60	70	76
	Espeso, alta transpiración	---	26	52	62	69
	Muy espeso, alta transpiración	---	15	44	54	61
Descanso (sin cultivo)	Surcos rectos	---	77	86	91	94
Cultivos en surco	Surcos rectos	>1	72	81	88	91
	Surcos rectos	<1	67	78	85	89
	Surcos en curvas de nivel (contorneo)	>1	69	79	84	88
	Surcos en curvas de nivel (contorneo)	<1	65	75	82	86
	Terrazas	>1	66	74	80	82
	Terrazas	<1	62	71	78	81
Leguminosas (sembradas con maquinaria o al voleo) o praderas con rotación	Surcos rectos	>1	66	77	85	89
	Surcos rectos	<1	58	72	81	85
	Surcos en curvas de nivel	>1	64	75	83	85
	Surcos en curvas de nivel	<1	55	69	78	83
	Terrazas	>1	63	73	80	83
	Terrazas	<1	51	67	76	80
Pastizal	-------	>1	68	79	86	89
	-------	<1	39	61	74	80
	Contorneo	>1	47	67	81	88
	Contorneo	<1	6	65	70	79
Potrero permanente	--------		30	58	71	78
Cereales	Surcos rectos	>1	65	76	84	88
	Surcos rectos	<1	63	75	83	87
	Contorneo	>1	63	74	82	85
	Contorneo	<1	61	73	81	84
	Terrazas	>1	61	72	79	82
	Terrazas	<1	59	70	78	81
Superficie impermeable	-------	---	100	100	100	100

TABLA 3.12 Factor de corrección del número de escurrimiento N, según la precipitación antecedente

N	Corrección A	Corrección B
10	0.40	2.22
20	0.45	1.85
30	0.50	1.67
40	0.55	1.50
50	0.62	1.40
60	0.67	1.30
70	0.73	1.21
80	0.79	1.14
90	0.87	1.07
100	1.00	1.00

Si 5 días antes hubo lluvia	menor de 2.5 cm	corrección A
	entre 2.5 y 5 cm	sin corrección
	mayor de 5 cm	corrección B

3.4 ESCURRIMIENTO

3.4.1 Introducción

El agua que fluye sobre el terreno y en los cauces constituye el escurrimiento superficial. Este escurrimiento se forma con parte de la lluvia y del agua del interior del suelo. El escurrimiento resultado de la lluvia se llama escurrimiento directo y el proveniente del agua subterránea se conoce como escurrimiento base. Algunos de los factores más importantes que tienen influencia sobre el escurrimiento son la topografía, el tipo y uso del suelo, el área y la pendiente de la cuenca y las condiciones de humedad del suelo que anteceden a la precipitación.

El gasto de escurrimiento en una sección tranversal del cauce, general mente, cambia con el tiempo. La gráfica que muestra la variación del gasto con el tiempo se conoce como hidrograma, ver fig 3.10 . En esta gráfica el área bajo la curva en un cierto intervalo de tiempo corresponde al volumen que pasó por la sección del cauce en dicho intervalo. En el diseño de las obras hidráulicas sobre una corriente se considera tanto al volumen de agua por desalojar como al gasto más grande del hidrograma.

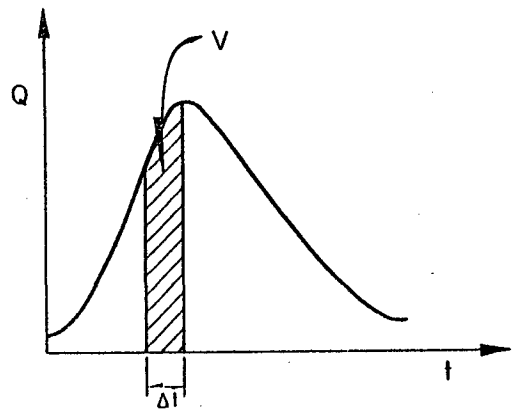


Fig 3.10 Hidrograma de escurrimiento

Para la obtención del gasto máximo se puede realizar un análisis estadístico de los gastos que se han presentado en el sitio de interés.

3.4.2 Separación de los escurrimientos base y directo

El escurrimiento total está compuesto por los escurrimientos base y directo.

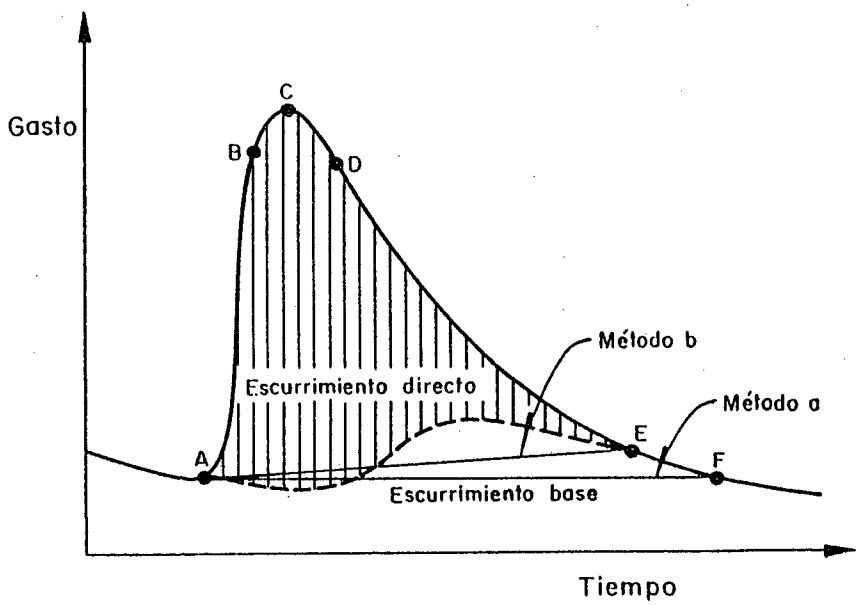


Fig 3.11 Separación del escurrimiento base del directo

Para separar el escurrimiento directo ó el base del total se emplea varios métodos, entre los más empleados están los siguientes

a) Se dibuja una recta horizontal que parte del punto de inflexión qu muestra el inicio del escurrimiento directo (punto A de la fig 3.11 hasta que corte a la curva de recesión del hidrograma, punto F de l fig 3.11

b) Recta inclinada. La frontera se define trazando una recta entre lo puntos A y E de la fig 3.11.

Para encontrar el punto E se requiere de la curva de vaciado del escu rrimiento base. Para obtener esta curva se analizan una serie de hidro gramas en los tramos en los que sólo existe escurrimiento base; los tr mos considerados se dibujan en papel semilogarítmico representando e el eje aritmético al tiempo y en logarítmico al gasto. Una vez dibuj dos se desplazan horizontalmente tratando de definir una sola curv (ver fig 3.12). Si en alguno de los tramos seleccionados tiene parte d escurrimiento directo o bien si se observa en la gráfica que tiene un pendiente muy distinta debe ser excluído, observe por ejemplo, la curv b de la fig 3.12 .

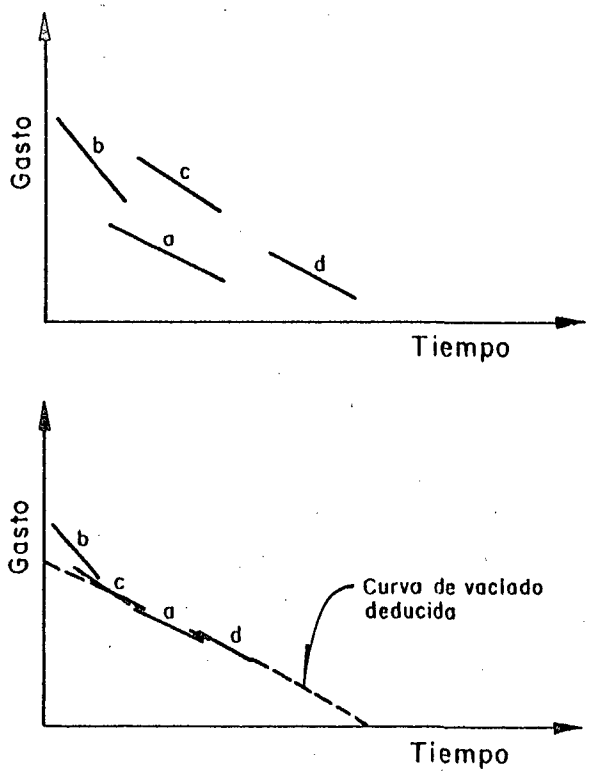


Fig 3.12 Curva de vaciado de diferentes hidrogramas

La curva de vaciado deducida se superpone en el hidrograma en el que se desea separar las dos clases de escurrimiento tratando de hacerla coincidir en el extremo derecho. Aquel punto en donde la curva se separe del hidrograma resulta ser el punto E de interés, ver fig 3.13. Existe otro criterio para definir el punto E, el cual se resume en los pasos siguientes

- Se dibuja una línea horizontal a partir del inicio del escurrimiento directo, punto A de la fig 3.13, hasta la proyección que corresponde al gasto máximo y se designa este punto como C'.
- Se calcula el valor de M con la ecuación siguiente

$$M = 0.827\ A^{0.2} \qquad (3.23b)$$

donde M es el tiempo de vaciado del escurrimiento directo, en días; A es el área de la cuenca, en km^2.

- Tomando a C' como referencia se toma una distancia horizontal igual a M y se levanta una vertical hasta cortar el hidrograma, el punto de cruce define el punto E.
- Se dibuja una recta entre C' y E, de esta manera se define la separación entre el escurrimiento directo y el base.

La selección del método de separación de escurrimientos depende de consideraciones subjetivas, del número de hidrogramas por analizar, de los datos disponibles, etc. Afortunadamente, en forma general, se puede decir que el escurrimiento base no es muy significativo en las tormentas más intensas que son las que rigen el diseño con lo cual es indistinto usar cualquier método de separación de escurrimientos.

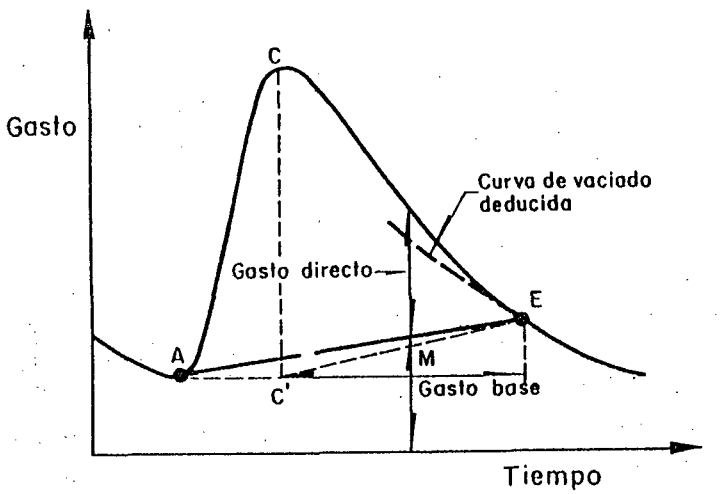


Fig 3.13 Separación del escurrimiento base y directo usando la curva de vaciado

En la fig 3.11 se han marcado algunos puntos de interés, a saber

A punto en el que se inicia el escurrimiento directo
B punto de inflexión anterior al gasto máximo
C punto de gasto máximo o gasto pico
D punto de inflexión posterior al gasto máximo
E punto en el que termina el escurrimiento directo

Estos puntos permiten definir los conceptos siguientes

Tiempo base (T_b)	Tiempo que transcurre entre los puntos A y E
Tiempo pico (T_p)	Tiempo que hay entre los puntos A y C
Tiempo de retraso (T_r)	Tiempo entre el centroide del hietograma de lluvia en exceso (inciso 3.3.5) y el punto C
Curva de concentración	Segmento del hidrograma entre los puntos A y B
Curva de recesión del escurrimiento superficial	Segmento del hidrograma entre los puntos D y E

3.4.3 Distribución de frecuencias para una sola población

Para predecir el gasto pico de una avenida asociada a cierto periodo de retorno o frecuencia de ocurrencia se emplean métodos estadísticos.

Para aplicar estos métodos se requiere contar con registros de gastos máximos anuales, lográndose mayor precisión a medida que se cuente con más años de registro.

Los métodos para evaluar el gasto máximo a partir de un periodo de retorno consideran que el gasto máximo anual es una variable aleatoria que se distribuye de acuerdo a una función de probabilidad. Por lo general, en nuestro país, se cuenta con pocos años de registro por lo que las curvas de distribución de probabilidad se tienen que prolongar en sus extremos a fin de poder inferir eventos mayores o menores a los registrados.

Si F(xo) es la probabilidad de que x tome un valor menor o igual a xo y tiene como función de densidad f(x), a la función F(x) se le denomina función de distribución de probabilidad. Es decir

$$F(x_o) = \int_{-\infty}^{x_o} f(x)\, dx = p(x \leq x_o) = 1-q \qquad (3.24)$$

donde f(x) es la función de densidad de probabilidad.

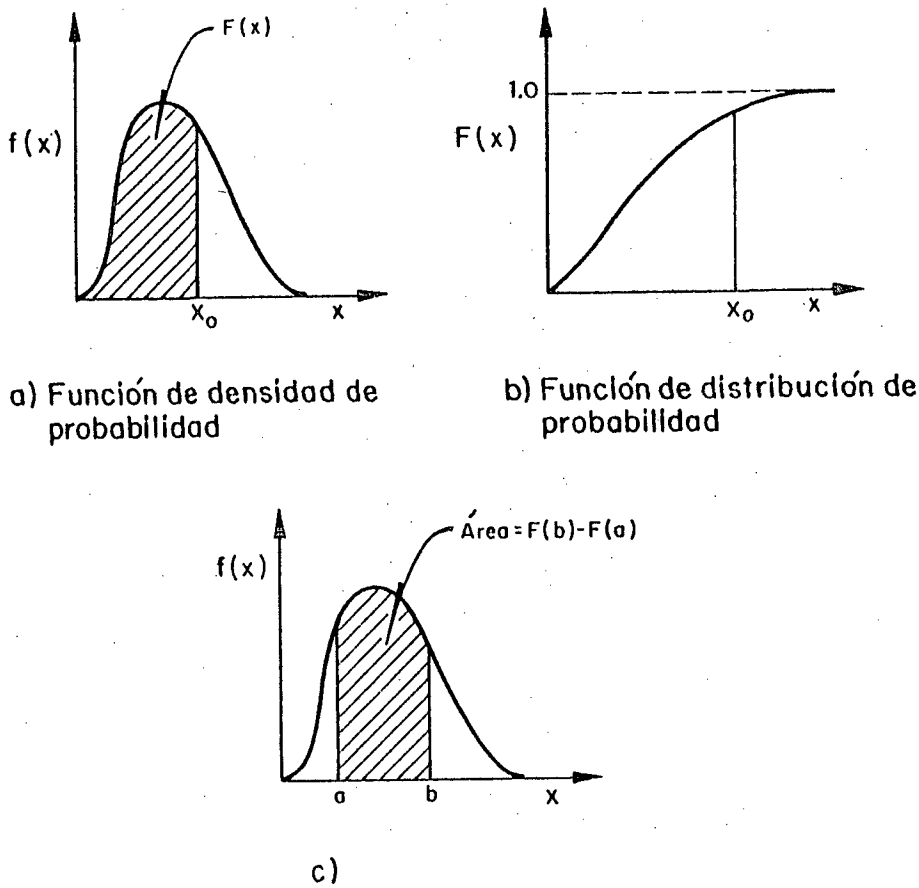
En la fig 3.14 se muestra la relación entre las funciones de densidad y de distribución.

De acuerdo con lo anterior, la probabilidad de que x tome un valor entre a y b es

$$p(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a)$$

Con base en la ec 3.24 se cumple que

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x) \qquad (3.25)$$



a) Función de densidad de probabilidad

b) Función de distribución de probabilidad

c)

Fig 3.14 Función de probabilidad

Las características o parámetros estadísticos de las funciones de distribución de probabilidad se pueden describir a partir de los momentos de las funciones de densidad de probabilidad (fdp).

Los principales parámetros son la media (agrupamiento de la variable aleatoria de la fdp o de los datos medidos respecto a un valor central); la desviación estándar (dispersión de la variable aleatoria de la fdp o de los datos observados con respecto a la media) y el coeficiente de asimetría (grado de asimetría de la fdp o hacia donde está localizada la mayoría de los datos medidos, ya sea para los valores máximos o mínimos de éstos). Por convención las letras griegas son usadas para representar los parámetros de las fdp de la población.

.Media
Corresponde al primer momento con respecto al origen y se determina como

.Para la fdp

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ x\ dx \qquad (3.26)$$

.Para los datos

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (3.27)$$

El estadístico $\bar{x}$ es la mejor estimación de la media de la población μ

.Variancia

Es igual al segundo momento respecto a la media, se define como

.Para la fdp

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ (x - \mu)^2\ dx \qquad (3.28)$$

.Para los datos

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=n}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \qquad (3.29)$$

La mejor estimación de σ^2 es la cantidad S^2. La raíz cuadrada de la

variancia es igual al estadístico conocido como desviación estándar (σ o S) la cual tiene unidades similares a las de la media. El tomar n-1 en lugar de n sirve para tener en cuenta el hecho del grado de aproximación que se pierde al utilizar $\bar{x}$ en lugar de m. El coeficiente de variación (C_v) se define como σ / μ o S / $\bar{x}$.

.Coeficiente de asimetría (γ o g)

Es igual al cociente α/σ^3 ó a/S^3, donde α ó a representan el tercer momento respecto a la media de la fdp o de los datos, respectivamente, es decir

.Para la fdp

$$\alpha = \int_{-\infty}^{\alpha} f(x)(x - \mu)^3 \, dx \qquad (3.30)$$

.Para los datos

$$a = \frac{n}{(n - 1)(n - 2)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^3 \qquad (3.31)$$

Para fdp simétricas, $\alpha = 0$ por lo que $\gamma = \alpha/\sigma^3 = 0$, para asimetría a la derecha $\gamma > 0$ (la cola larga está a la derecha) y para la asimetría a la izquierda $\gamma < 0$ (la cola larga está a la izquierda). La asimetría calculada a partir de los datos observados es cuestionada estadísticamente cuando se tiene menos de 50 valores en la muestra.

La función de distribución de probabilidad permite predecir el gasto máximo o mínimo para un determinado periodo de retorno. En Hidrología las distribuciones de probabilidad más usadas son la normal, la lognormal, la gamma, la Gumbel y la exponencial.

a) Función de densidad normal o Gauss

La función de densidad normal de la variable aleatoria x está definida por

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, b} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - a}{b}\right)^2 \right] \qquad (3.32)$$

donde a y b son los parámetros de la función normal.

Una propiedad de esta función consiste en que si la variable aleatoria x se comporta de acuerdo a ella, la variable estandarizada, z, está dada por

$$z = \frac{x-a}{b} \qquad (3.33)$$

tiene como función de distribución a

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_o^z \exp\left(-\frac{1}{2} z^2\right) dz \qquad (3.34)$$

es decir, es una normal con parámetros a = 0 y b = 1.
Esta función se encuentra discretizada en la tabla 3.13 con lo cual se obtiene la probabilidad de que cualquier variable aleatoria con distribución normal estándar tome un valor menor o igual a z.
Si se desea saber la probabilidad de que una variable aleatoria x con una distribución normal sea menor o igual a c, se utiliza la relación

$$\text{Prob}\ (x \le c) = \text{Prob}\ \left(z \le \frac{c-a}{b}\right) \qquad (3.35)$$

Para lo cual se utiliza la tabla 3.13.
Los parámetros estadísticos de la función de densidad normal están dados por

Media $\mu = a$ (3.35a)

Variancia $\sigma = b$ (3.35b)

b) Función de densidad lognormal

Cuando el logaritmo de la variable aleatoria x menos una constante tiene distribución normal, se afirma que x se distribuye de acuerdo con una función de densidad lognormal. Esta última esta dada como

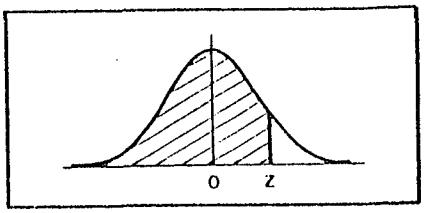
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} \dfrac{1}{(x-a_L)} \exp\left\{-\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\text{Ln}\ (x-a_L)-\mu_L}{\sigma_L}\right]^2\right\} \\ \qquad\qquad \text{para } x \ge a_L,\ \sigma > 0 \\ 0, \text{ para } x \le a_L \end{cases} \qquad (3.36)$$

donde μ_L, σ_L, a_L son los parámetros de la función lognormal.
Por su relación con la distribución normal para calcular la probabilidad de que una variable aleatoria x con distribución lognormal tome un valor menor o igual a c puede calcularse con la ec 3.35, con lo cual resulta

$$\text{Prob}\ (x \le c) = F\left[\frac{\text{Ln}\ (c-a_L)\ -\mu_L}{\sigma_L}\right] \qquad (3.37)$$

Los valores de z de la ec 3.37 se obtienen de la tabla 3.13, que es para la distribución normal.
Los parámetros estadísticos dc la función de densidad lognormal son

TABLA 3.13 Valores de la función de distribución normal, Spiegel (1987)



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5754
0.2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0.3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0.4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7258	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7518	0,7549
0,7	0,7580	0,7612	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0.8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7996	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2.3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2.8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2.9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Media

$$\mu = \exp\left[2\mu_L + \frac{1}{2(\sigma_L)^2}\right] + a_L \qquad (3.38)$$

Variancia

$$\sigma^2 = \exp\left[(2\mu_L+\sigma_L^2)\right]\left[\exp(\sigma_L^2)-1\right] \qquad (3.39)$$

Coeficiente de asimetría

$$\gamma = 3\,v' + v'^3 \qquad (3.40)$$

donde

$$v' = \sigma / (\mu - a_L) \qquad (3.41)$$

La ec 3.40 se puede escribir también como

$$v' = \left[\sqrt{(\gamma/2)^2 + 1} + \gamma/2\right]^{1/3} - \left[\sqrt{(\gamma/2)^2 + 1} + \gamma/2\right]^{1/2} \qquad (3.42)$$

o bien

$$v' = (1-\omega^{2/3})/\omega^{1/3} \text{ siendo} \qquad \omega = \sqrt{(\gamma/2)^2 + 1} - \gamma/2$$

c) Función de densidad gamma

Se dice que una variable aleatoria x tiene una función de densidad gamma si

$$f(x) \begin{cases} \dfrac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} (x-\delta)^{\alpha-1} \exp(-\tfrac{x-\delta}{\beta}); & x \geq \delta,\ \alpha > 0,\ \beta > 0 \\ 0, & \text{para } x \leq \delta \end{cases} \qquad (3.43)$$

donde α, β y δ son los parámetros de la función.

La función matemática gamma $\Gamma(\alpha)$, es igual a

$$\Gamma\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} \exp(-x)\, dx \qquad (3.44)$$

la cual tiene las propiedades siguientes

$\Gamma(\alpha+1) = \alpha\,\Gamma(\alpha)$ para $\alpha > 0$

$\Gamma(\alpha+1) = \alpha!$ para α entero positivo

La función de densidad gamma tiene las características principales siguientes

Está acotada en su límite inferior δ y su empleo se facilita utilizando la variable reducida

$$s = \frac{x - \delta}{\beta} \tag{3.45}$$

La función de distribución de probabilidad de s es gamma con parámetros $\delta = 0$, $\beta = 1$ y α.
La función de distribución de probabilidad gamma de s es

$$F(s) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^s y^{\alpha-1} \exp(-y)\, dy \tag{3.46}$$

Los parámetros estadísticos de la función de densidad gamma están dados por

Media $$\mu = \alpha B + \delta \tag{3.47}$$

Variancia $$\sigma^2 = \alpha \beta^2 \tag{3.48}$$

Coeficiente de asimetría

$$\gamma = 2 / \sqrt{\alpha} \tag{3.49}$$

$$\mu = \alpha \beta$$

$$\bar{v} = \sqrt{\alpha}\ \beta$$

$$\bar{v} = \sqrt{\alpha}\ \frac{\mu}{\alpha}$$

$$\frac{\bar{v}}{\mu} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

$$\sqrt{\alpha} = \frac{\mu}{\bar{v}}$$

$$\alpha^2 = \frac{\mu^2}{\bar{v}^2}$$

De acuerdo con Abramowitz y Stegun (1972) para encontrar la probabilidad de que $x \leq c$ se considera que

$$s = \frac{c - \delta}{\beta}$$

$$F(x \leq c) = F(x \leq s) \cong \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \, s^{\alpha+n}}{(\alpha + n)\, n!}}{\Gamma(s)} \qquad (3.50)$$

Se recomienda calcular la serie para $n \leq 10$

d) Función de distribución Gumbel

Se dice que una variable aleatoria tiene una función de distribución Gumbel si

$$F(x) = e^{-e^{-(x-a)/c}} \qquad (3.51)$$

donde a y c son los parámetros de la función de distribución.
Esta función, generalmente, corresponde a la de distribución de valores máximos.
Los parámetros estadísticos de esta función están dados por

Media $\mu = 0.5772\, c + a$ (3.52)

Variancia $\sigma^2 = (\pi^2/6)\, c^2 = 1.645\, c^2$ (3.53)

e) Función de distribución exponencial

La variable aleatoria $x > b$ tiene una función de distribución exponencial si

$$F(x) = 1 - e^{-(x-b)/a} \qquad (3.54)$$

donde a y b son los parámetros de la función exponencial.
Los parámetros estadísticos de esta función son

Media $\mu = a + b$ (3.55)

Variancia $\sigma^2 = a^2$ (3.56)

f) Papeles de probabilidad

En la práctica la representación gráfica de los datos medidos con las diferentes funciones de ajuste se puede hacer mediante cambios de escala, es decir, para cada caso usando un papel especial llamado papel de probabilidad. Este tiene en las ordenadas el valor de la variable aleatoria y en el otro la probabilidad correspondiente a cada valor.
A continuación se indica para cada una de las funciones mencionadas su papel correspondiente.

Función	Papel	Escala en las abscisas (probabilidad)	Escala en las ordenadas (variable aleatoria)
normal	fig 3.15	probabilidad normal	aritmética
lognormal	fig 3.16	probabilidad normal	logarítmica
gamma	no tiene	-	——
Gumbel	fig 3.17	probabilidad Gumbel	aritmética
Exponencial	fig 3.18	logarítmica	aritmética

g) Ajuste de las funciones de distribución de probabilidad

Para poder extrapolar las estimaciones probabilísticas acerca de la variable en cuestión, se realizan ajustes de las funciones de probabilidad. Así, por ejemplo, si se quiere estimar la probabilidad de que en una sección de un río se presente un gasto mayor que 500 m^3/s, es necesario "ajustar" a los gastos máximos anuales observados una función de distribución que represente a la población de estos gastos. El proceso de ajuste tiene dos fases: la identificación del tipo de función de distribución adecuada y el cálculo de los parámetros que la determinan.

. Identificación de la función de distribución de probabilidad

Para identificar el tipo de función adecuada es recomendable seguir algunos de estos procedimientos.

1) Histograma de las observaciones

Se construye el histograma de frecuencias para observar la magnitud de las posibles asimetrías y la forma general del histograma. Se comparan con las gráficas de las funciones de densidad de probabilidad descritas en este subcapítulo y se escoge la que mejor se ajuste a los datos.

2) Papeles de probabilidad

Se dibujan los datos contra su probabilidad de no excedencia como puntos en cada uno de los papeles de probabilidad de uso común. En aquel en el cual los puntos quedan prácticamente formando una línea recta corresponde el ajuste a la mejor función de distribución.

3) Suma de los errores cuadráticos

Se calcula la suma de los errores cuadráticos de cada función de distribución y luego se escoge aquella para la cual la suma de estos errores es la más pequeña. Es decir se calcula

$$S = \Sigma \varepsilon_i^2 = \Sigma (x_i - \hat{x}_i)^2$$

donde x_i es el dato medido i-ésimo y $\hat{x}_i$ es el valor estimado con la función de distribución para el i-ésimo dato.

En el proceso de identificación de la función de distribución de mejor ajuste, la experiencia adquirida en estudios anteriores es importante.

. Estimación de los parámetros de las distribuciones

Para estimar el valor de los parámetros que mejor se ajusten a los datos de la muestra, existen varios criterios uno de los más simples es el de los momentos. Este consiste en igualar los valores de las características estadísticas de la muestra con las de la población; esto es, hacer que la media de los valores muestreados sea igual a la de la función de distribución, y que las variancias, y el coeficiente de asimetría (relacionado con el tercer momento) de la muestra y la población sean iguales. El número de ecuaciones basadas en las características estadísticas es igual al número de parámetros de la función. Así, por ejemplo, se tiene para las funciones mencionadas lo siguiente

. Función normal

$$a = \bar{x} \tag{3.57}$$

$$b = S \tag{3.58}$$

. Función lognormal de dos parámetros

$$a = 0$$

$$C_v = \frac{S}{\bar{x}} \tag{3.59}$$

$$\sigma_L = \sqrt{Ln\ (C_v^2 + 1\ )} \tag{3.60}$$

$$\mu = (Ln\ \bar{x}) - \frac{\sigma_L^2}{2} \tag{3.61}$$

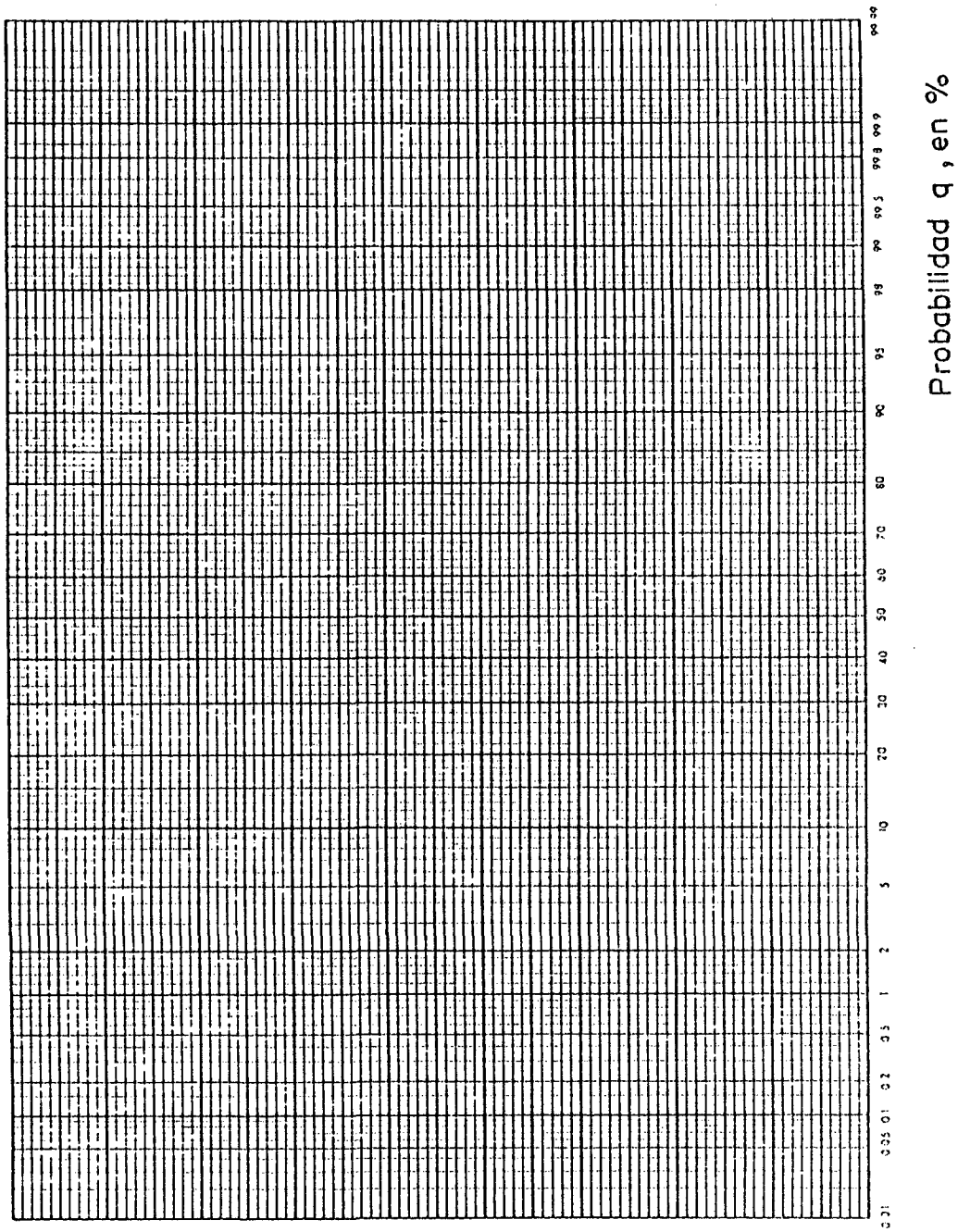


Fig 3.15 Papel normal

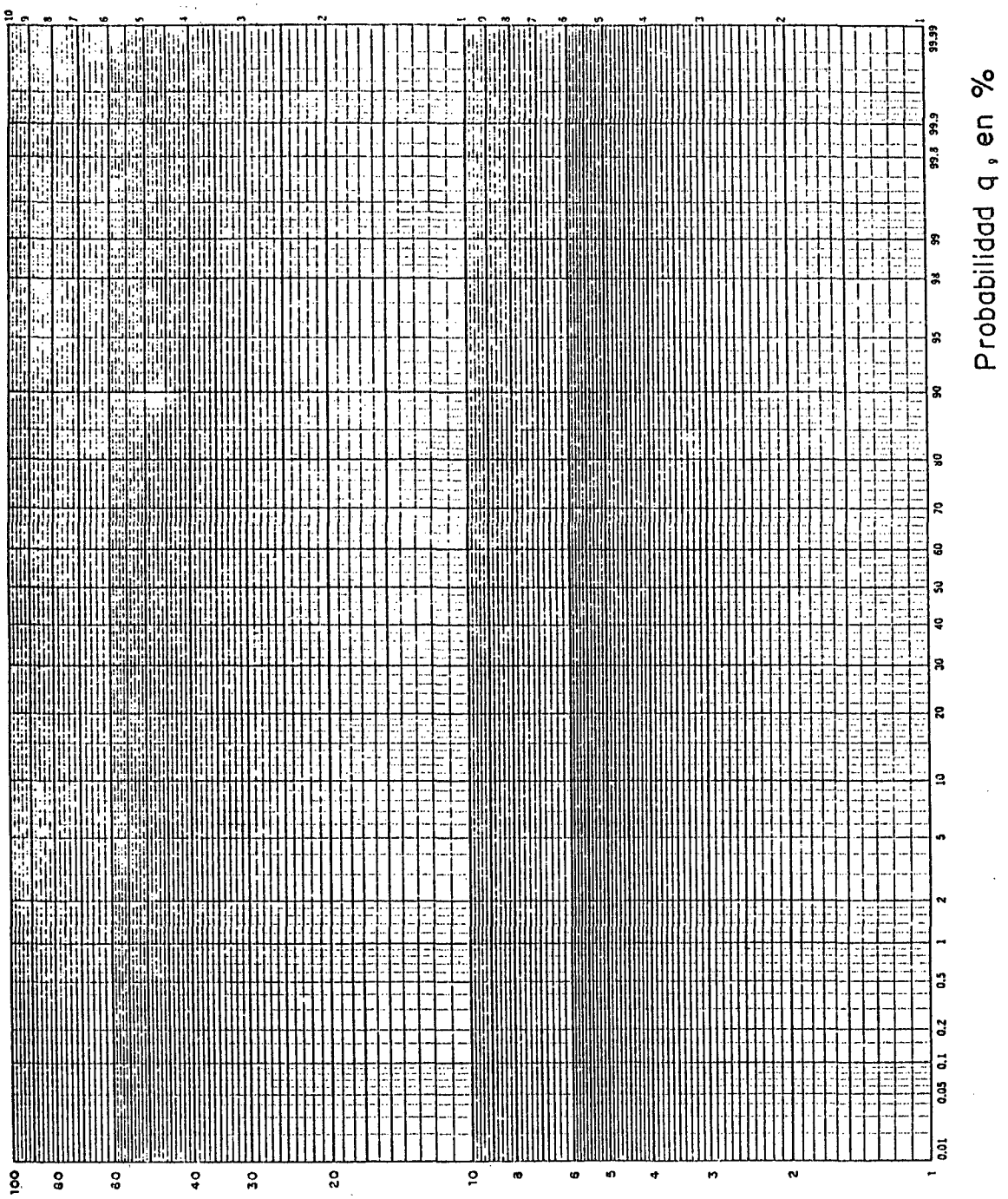


Fig 3.16 Papel log normal

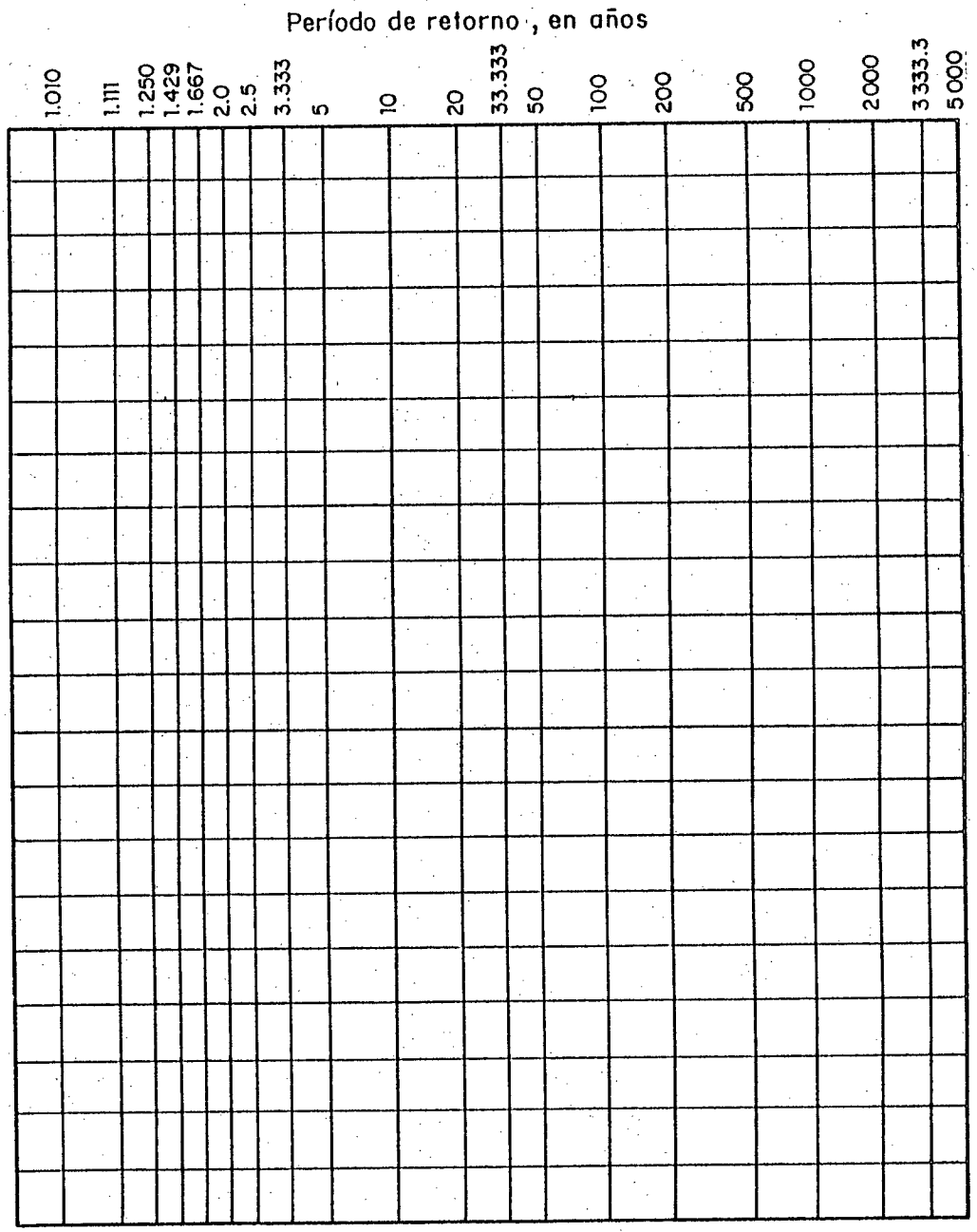


Fig 3.17 Papel Gumbel

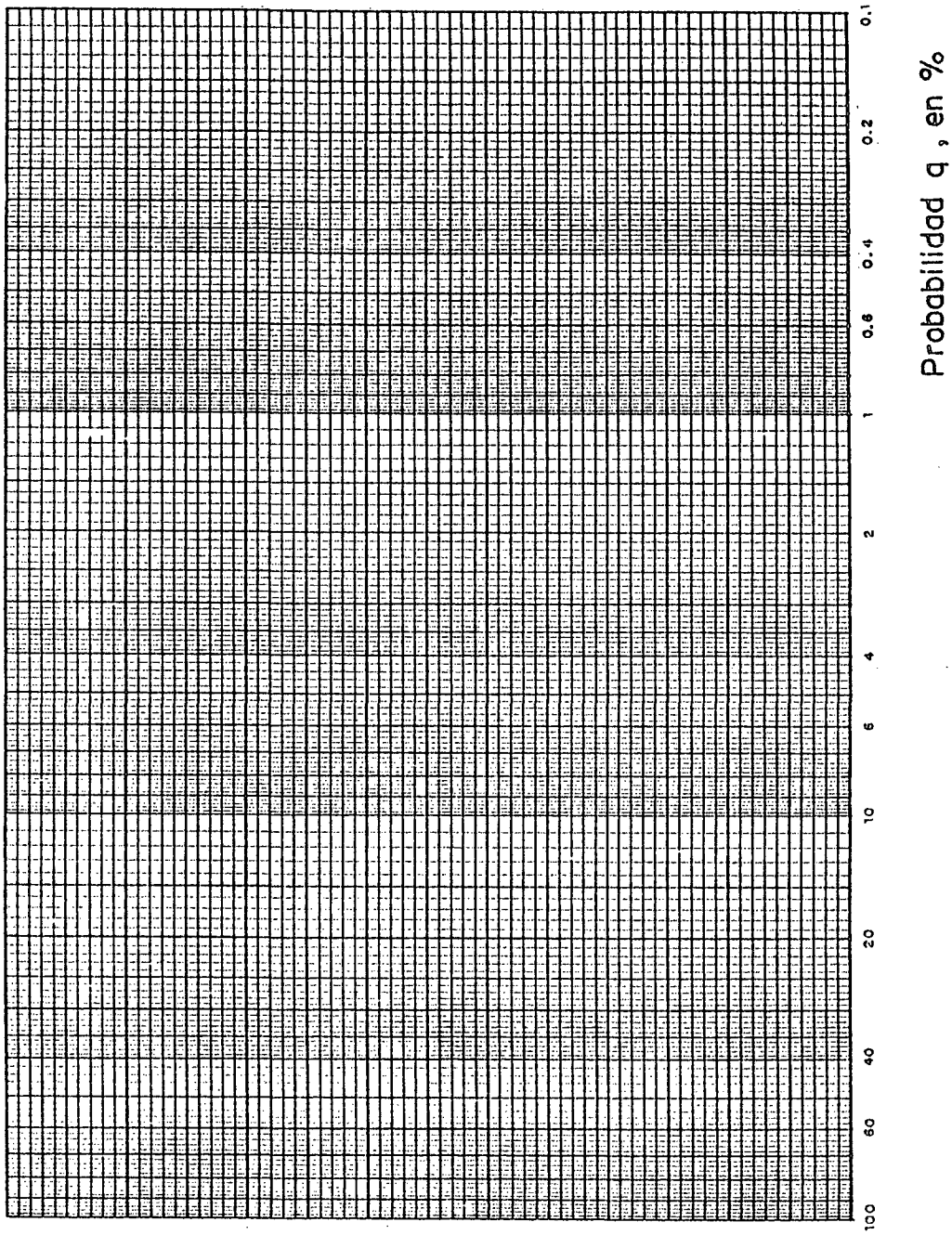


Fig 3.18 Papel exponencial

.Función lognormal de tres parámetros

$$R = \sqrt{(g/2)^2 + 1} - g/2 \qquad (3.62)$$

$$C'_v = (1-R^{1/3})/R^{1/3} \qquad (3.63)$$

$$a_L = \bar{x} - \frac{S}{C'} \qquad (3.64)$$

$$\sigma_L = \sqrt{Ln\ [(C'_v)^2+1]} \qquad (3.65)$$

$$\mu_L = \left[Ln\ (\bar{x} - a_L)\right] - \frac{\sigma_L^2}{2} \qquad (3.66)$$

.Función gamma de dos parámetros

$$\delta = 0 \qquad (3.67)$$

$$C_v = S / \bar{x} \qquad (3.68)$$

$$\alpha = 1/C_v^2 \qquad (3.69)$$

$$\beta = \bar{x} / \alpha \qquad (3.70)$$

.Función gamma de tres parámetros

$$\alpha = \frac{4}{g^2} \qquad (3.71)$$

$$\beta = \frac{S}{\sqrt{\alpha}} \qquad (3.72)$$

$$\delta = \bar{x} - \alpha\ \beta \qquad (3.73)$$

.Función Gumbel

$$c = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S = 0.7797\ S \qquad (3.74)$$

$$a = \bar{x} - 0.5772\ c \qquad (3.75)$$

.Función exponencial de dos parámetros

$$a = S \qquad (3.76)$$

$$b = \bar{x} - a \qquad (3.77)$$

.Función exponencial de un parámetro

$$b = 0 \qquad (3.78)$$

$$a = S \qquad (3.79)$$

Para decidir entre las funciones que tienen uno, dos o tres parámetros

cual es la que debe usarse, es decir, por ejemplo, si es una gamma de dos o tres parámetros se tiene que el primer modelo tiene l_1 parámetros y el segundo l_2 parámetros, siendo $l_2 > l_1$; para realizar la selección se utiliza una prueba de hipótesis F, la manera de hacerlo es la siguiente

Se calcula

$$F_{1,2} = \frac{\Sigma\varepsilon_1/\nu_1 - \Sigma\varepsilon_2/\nu_2}{\Sigma\varepsilon_2^2/\nu_2} \qquad (3.80)$$

donde $\nu_1 = N - l_1$ y $\nu_2 = N - l_2$, $\Sigma\varepsilon_1^2 = \Sigma(x_i - \hat{x}_{1i})^2$; $\Sigma\varepsilon_2^2 = \Sigma(x_i - \hat{x}_{2i})^2$

donde x_i es el dato i de la muestra, $\hat{x}_{1i}$ el valor estimado con el modelo 1 para el dato i y $\hat{x}_{2i}$ el valor estimado con el modelo 2 para el dato i.

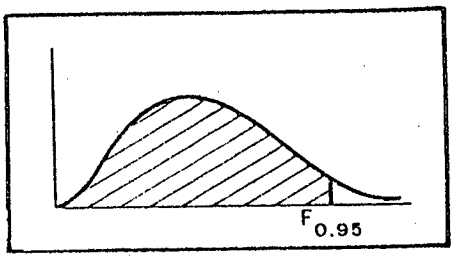
El valor $F_{1,2}$ se compara con el que se obtiene de una tabla para la distribución F de Fisher, ver tabla 3.14, a la que se entra con el número de grados de libertad ν_1 y ν_2 . Si $F_{1,2}$ es menor que el valor de la tabla, se considera que es mejor el primer modelo, en caso contrario se acepta el segundo.

3.4.4 Distribución de frecuencias a dos tipos de poblaciones

Algunas zonas de nuestro país son afectadas por ciclones, como consecuencia de ello las avenidas que se presentan son de dos tipos, uno que corresponde a los valores ordinarios de la época de lluvia y el otro al provocado por las precipitaciones producidas por esos meteoros.

Esto trae como consecuencia que se tengan dos poblaciones de eventos, cada una de ellas con sus propias características (González, 1970).
Para tales eventos se considera que el gasto pico de la avenida de diseño se debe modelar mediante una función de distribución de tipo especial llamada de varias poblaciones o mezclada o mixta. La función mezclada de probabilidad está formada, según Mood (1974), como

TABLA 3.14 Valores de la función de distribución F de Fisher, Spiegel (1977)



ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	8	12	16	20	30	40	50	100	∞
1	161.4	199,5	215.7	224,6	230,2	234.0	238,9	243,9	246.3	248,0	250,1	251,1	252,2	253,0	254 3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19.37	19,41	19,43	19,45	19,46	19,46	19.47	19,49	19,50
3	10,13	9.55	9,28	9,12	9,01	8,94	8.85	8,74	8.69	8,66	8,62	8,60	8,58	8.56	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6.16	6,04	5,91	5,84	5,80	5,75	5,71	5.70	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5.19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,60	4,56	4,50	4,46	4,44	4,40	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4.53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,92	3,87	3,81	3,77	3.75	3,71	3,67
7	5.59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3.49	3,44	3,38	3.34	3,32	3,28	3,23
8	5.32	4,46	4,07	3,84	3,69	3.58	3,44	3,28	3,20	3.15	3,08	3,05	3,03	2,98	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,98	2,93	2,86	2,82	2,80	2,76	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3.33	3,22	3,07	2,91	2,82	2,77	2,70	2,67	2,64	2,59	2,54
11	4,84	3,98	3.59	3,36	3,20	3.09	2,95	2,79	2,70	2,65	2.57	2,53	2,50	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3.49	3,26	3.11	3,00	2,85	2,69	2,60	2,54	2,46	2,42	2,40	2,35	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3.18	3,03	2,92	2,77	2,60	2,51	2,46	2,38	2,34	2,32	2,26	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,44	2,39	2,31	2,27	2,24	2,19	2,13
15	4,54	3,68	3.29	3.06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,39	2,33	2,25	2,21	2,18	2,12	2,07
16	4.49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,33	2,28	2,20	2,16	2,13	2,07	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,29	2,23	2,15	2,11	2,08	2,02	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,25	2,19	2,11	2.07	2,04	1,98	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,21	2,15	2,07	2,02	2,00	1,94	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,18	2,12	2,04	1,99	1,96	1,90	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,13	2,07	1,98	1,93	1,91	1,84	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	2,09	2,03	1,94	1,89	1,86	1,80	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	2,05	1,99	1,90	1,85	1,82	1,76	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,12	2,02	1,96	1,87	1,81	1,78	1,72	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,99	1,93	1,84	1,79	1,76	1,69	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,90	1,84	1,74	1,69	1,66	1,59	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,85	1,78	1,69	1,63	1,60	1,52	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,92	1,81	1,75	1,65	1,59	1,56	1,48	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,79	1,72	1,62	1,56	1,53	1,45	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,48	2,33	2,21	2,05	1,88	1,77	1,70	1,60	1,54	1,51	1,42	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,75	1,68	1,57	1,51	1,48	1,39	1,28
150	3,91	3,06	2,67	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,71	1,64	1,54	1,47	1,44	1,34	1,22
200	3,89	3,04	2,65	2,41	2,26	2,14	1,98	1,80	1,69	1,62	1,52	1,45	1,42	1,32	1,19
400	3,86	3,02	2,62	2,39	2,23	2,12	1,96	1,78	1,67	1,60	1,49	1,42	1,38	1,28	1,13
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,64	1,57	1,46	1,40	1,32	1,24	1,00

$$f_m(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i \; f_i(x) \qquad (3.81)$$

donde f (x) es una función de densidad de probabilidad y p_i es un parámetro que satisface lo siguiente

$$p_i \geq 0$$

De esta manera, a partir de la ec 3.81 se puede obtener una familia paramétrica de densidades aprovechando la función de densidad de probabilidad de una población.

Para el caso especial de dos poblaciones (m = 2), la ec 3.81 se escribe como

$$f_m(x) = p_1 \; f_1 \; (x) + p_2 \; f_2(x)$$

Como $p_1 + p_2 = 1$ se puede considerar que $p_1 = P$ y $p_2 = 1 - P$ por lo cual

$$f_m(x) = P \; f_1 \; (x) + (\; 1 - \; P \;) \; f_2 \; (x) \qquad (3.82)$$

a) Función mezclada formada por dos distribuciones Gumbel

Una forma particular de la ec 3.82 resulta cuando $f_1(x)$ y $f_2(x)$ son funciones de densidad Gumbel, en este caso se tiene

$$f_m(x)=\left[\left[\frac{p}{c_1} \right] e^{-e^{-(x-a_1)/c_1}} \; e^{-(x-a_1)/c_1}\right]+ \left[\frac{1-p}{c_2} \right] e^{-e^{-(x-a_2)/c_2}} \; e^{-(xa_2)/c_2} \qquad (3.83)$$

La función de distribución de probabilidad de la ec.3.83 es

$$F_m(x) = P \; e^{-e^{-(x-a_1)/c_1}} + (1-P) \; e^{-e^{-(x-a_2)/c_2}} \qquad (3.84)$$

Esta expresión tiene como parámetros P, a_1, c_1, a_2, c_2, que están definidos como

$$c_1 = 0.7797\ S_1 \tag{3.85}$$

$$a_1 = \bar{x}_1 - 0.5772c_1 \tag{3.86}$$

$$c_2 = 0.7797\ S_2 \tag{3.87}$$

$$a_2 = \bar{x}_2 - 0.57772\ c_2 \tag{3.88}$$

donde

$\bar{x}_1$, S_1 media y desviación estándar de la población no ciclónica
y

$\bar{x}_2$, S_2 media y desviación estándar de la población ciclónica

$$P = \frac{\text{número de eventos de la población no ciclónica}}{\text{número total de eventos}}$$

Hay que señalar que al dibujar los datos en el papel de probabilidad tipo Gumbel se observa, para este caso particular, que existen dos rectas y en dicho papel es donde se hace la separación de las poblaciones, ello lo debe realizar una persona con experiencia ya que dicha separación la mayor parte de las veces es "a ojo", pues no existe algún criterio que permita hacerlo.
Se recomienda en estos casos consultar la fecha de ocurrencia de los ciclones en los boletines para tener seguridad en que los eventos fueron producidos por ellos.

3.4.5 Casos especiales

En ocasiones en algunos textos de Hidrología aparece la ecuación siguiente

$$x = \bar{x} + K\ S \tag{3.88a}$$

que, según Chow (1951), se llama ecuación para el análisis hidrológico de frecuencias ya sea de gastos o lluvias máximas anuales; $\bar{x}$ y S son la media y la desviación estándar de los datos de la muestra, K se llama factor de frecuencia, y su valor depende del tipo de función de distribución de probabilidad que se use. Así, por ejemplo, se tiene
- Función de distribución normal
Se expresa como

$$x = \bar{x} + zS \qquad (3.88b)$$

donde z es el valor de la variable estandarizada y se obtiene de la tabla 3.13 en función da la probabilidad que se le desea asignar al evento x.

- Función de distribución Gumbel

Desarrollando la 3.51 y tomando en cuenta a las ecs 3.52 y 3.53, se llega a que

$$x = \bar{x} - \left[\sqrt{6}/\pi\right]\left[0.5772 + Ln\ (\ Ln(Tr/(Tr-1))\right] S \qquad (3.88c)$$

donde K sería igual al término que aparece en la ec 3.14. Sin embargo, esta ecuación es aplicable cuando la muestra es de tamaño infinito, esto se cumple cuando se dispone de una muestra mayor de 100 datos, lo cual no ocurre en nuestro medio, por lo que el valor de K se debe obtener con ayuda de la tabla 3.8.

- Función de distribución Pearson tipo III

Esta función es un caso especial de la gamma y se le conoce como log Pearson en donde la transformación y = log x se usa para reducir la asimetría; en caso de que la asimetría para esta situación valga cero la distribución log Pearson III se reduce a una lognormal y la Pearson tipo III a una normal. La log Pearson III se escribe como

$$\log x = \bar{y} + K\, S_y \qquad (3.88d)$$

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\log x_i}{n} \qquad (3.88e)$$

$$S_y = \sqrt{\Sigma(y_i - \bar{y})^2/n-1} \qquad (3.88f)$$

$$y_i \ \log x_i \qquad (3.88g)$$

K se obtiene de la tabla 3.14a.

TABLA 3.14a Valores de K para la función de distribución Pearson Tipo III.

Coef. asimetría g	Periodo de retorno, en años									
	1.0101	*1.0526*	*1.1111*	*1.2500*	*2*	*5*	*10*	*25*	*50*	*100*	*200*
Asimetría positiva											
3.0	-0.667	-0665	-0.660	-0.636	-0.396	0.420	1.180	2.278	3.152	4.051	4.970
2.9	-0.690	-0688	-0.681	-0.651	-0.390	0.440	1.195	2.277	3.134	4.013	4.909
2.8	-0.714	-0.711	-0.702	-0.666	-0.384	0.460	1.210	2.275	3.114	3.973	4.847
2.7	-0.740	-0.736	-0.724	-0.681	-0.376	0.479	1.224	2.272	3.093	3.932	4.783
2.6	-0.769	-0.762	-0.747	-0.696	-0.368	0.499	1.238	2.267	3.071	3.889	4.718
2.5	-0.799	-0.790	-0.771	-0.711	-0.360	0.518	1.250	2.262	3.048	3.845	4.652
2.4	-0.832	-0819	-0.795	-0.725	-0.351	0.537	1.262	2.256	3.023	3.800	4.584
2.3	-0.867	-0.850	-0.819	-0.739	-0.341	0.555	1.274	2.248	2.997	3.753	4.515
2.2	-0.905	-0882	-0.844	-0.752	-0.330	0.574	1.284	2.240	2.970	3.705	4.444
2.1	-0.946	-0.914	-0.869	-0.765	-0.319	0.592	1.294	2.230	2.942	3.656	4.372
2.0	-0.990	-0.949	-0.895	-0.777	-0.307	0.609	1.302	2.219	2.912	3.605	4.398
1.9	-1.037	-0.984	-0.920	-0.788	-0.294	0.627	1.310	2.207	2.881	3.553	4.223
1.8	-1.087	-1.020	-0.945	-0.799	-0.282	0.643	1.318	2.193	2.848	3.499	4.147
1.7	-1.140	-1.056	-0.970	-0.808	-0.268	0.660	1.324	2.179	2.815	3.444	4.069
1.6	-1.197	-1.093	-0.994	-0.817	-0.254	0.675	1.329	2.163	2.780	3.388	3.990
1.5	-1.256	-1.131	-1.018	-0.825	-0.240	0.690	1.333	2.146	2.743	3.330	3.910
1.4	-1.318	-1.168	-1.041	-0.832	-0.225	0.705	1.337	2.128	2.706	3.271	3.828
1.3	-1.383	-1.206	-1.064	-0.838	-0.210	0.719	1.339	2.108	2.666	3.211	3.745
1.2	-1.449	-1.243	-1.086	-0.844	-0.195	0.732	1.340	2.087	2.626	3.149	3.661
1.1	-1.518	-1.280	-1.107	-0.848	-0.180	0.745	1.341	2.066	2.585	3.087	3.575
1.0	-1.588	-1.317	-1.128	-0.852	-0.164	0.758	1.340	2.043	2.542	3.022	3.489
.9	-1.660	-1.353	-1.147	-0.854	-0.148	0.769	1.339	2.018	2.498	2.957	3.401
.8	-1.733	-1.388	-1.166	-0.856	-0.132	0.780	1.336	1.993	2.453	2.891	3.312
.7	-1.806	-1.423	-1.183	-0.857	-0.116	0.790	1.333	1.967	2.407	2.824	3.223
.6	-1.880	-1.458	-1.200	-0.857	-0.099	0.800	1.328	1.939	2.359	2.755	3.132
.5	-1.955	-1.491	-1.216	-0.856	-0.083	0.808	1.323	1.910	2.311	2.686	3.041
.4	-2.029	-1.524	-1.231	-0.855	-0.066	0.816	1.317	1.880	2.261	2.615	2.949
.3	-2.104	-1.555	-1.245	-0.853	-0.050	0.824	1.309	1.849	2.211	2.544	2.856
.2	-2.178	-1.586	-1.258	-0.850	-0.033	0.830	1.301	1.818	2.159	2.472	2.763
.1	-2.252	-1.616	-1.270	-0.846	-0.017	0.836	1.292	1.785	2.107	2.400	2.670
.0	-2.326	-1.645	-1.282	-0.842	0	0.842	1.282	1.751	2.054	2.326	2.576
Asimetría negativa											
- .1	-2.400	-1.673	-1.292	-0.836	0.017	0.846	1.270	1.716	2.000	2.252	2.482
- .2	-2.472	-1.700	-1.301	-0.830	0.033	0.850	1.258	1.680	1.945	2.178	2.388
- .3	-2.544	-1.726	-1.309	-0.824	0.050	0.853	1.245	1.643	1.890	2.104	2.294
- .4	-2.615	-1.750	-1.317	-0.816	0.066	0.855	1.231	1.606	1.834	2.029	2.201
- .5	-2.686	-1.774	-1.323	-0.808	0.083	0.856	1.216	1.567	1.777	1.955	2.108
- .6	-2.755	-1.797	-1.328	-0.800	0.099	0.857	1.200	1.528	1.720	1.880	2.016
- .7	-2.824	-1.819	-1.333	-0.790	0.116	0.857	1.183	1.488	1.663	1.806	1.926
- .8	-2.891	-1.839	-1.336	-0.780	0.132	0.856	1.166	1.448	1.606	1.733	1.837
- .9	-2.957	-1.858	-1.339	-0.769	0.148	0.854	1.147	1.407	1.549	1.660	1.749
-1.0	-3.022	-1.877	-1.340	-0.758	0.164	0.852	1.128	1.366	1.492	1.588	1.664
-1.1	-3.087	-1.894	-1.341	-0.745	0.180	0.848	1.107	1.324	1.435	1.518	1.581
-1.2	-3.149	-1.910	-1.340	-0.732	0.195	0.844	1.086	1.282	1.379	1.449	1.501
-1.3	-3.211	-1.925	-1.339	-0.719	0.210	0.838	1.064	1.240	1.324	1.383	1.424
-1.4	-3.271	-1.938	-1.337	-0.705	0.225	0.832	1.041	1.198	1.270	1.318	1.351
-1.5	-3.330	-1.951	-1.333	-0.690	0.240	0.825	1.018	1.157	1.217	1.256	1.282
-1.6	-3.388	-1.962	-1.329	-0.675	0.254	0.817	0.994	1.116	1.166	1.197	1.216
-1.7	-3.444	-1.972	-1.324	-0.660	0.268	0.808	0.970	1.075	1.116	1.140	1.155
-1.8	-3.499	-1.981	-1.318	-0.643	0.282	0.799	0.945	1.035	1.069	1.087	1.097
-1.9	-3.553	-1.989	-1.310	-0.627	0.294	0.788	0.920	0.996	1.023	1.037	1.044
-2.0	-3.605	-1.996	-1.302	-0.609	0.307	0.777	0.895	0.959	0.980	0.990	0.995
-2.1	-3.656	-2.001	-1.294	-0.592	0.319	0.765	0.869	0.923	0.939	0.946	0.949
-2.2	-3.705	-2.006	-1.284	-0.574	0.330	0.752	0.844	0.888	0.900	0.905	0.907
-2.3	-3.753	-2.009	-1.274	-0.555	0.341	0.739	0.819	0.855	0.864	0.867	0.869
-2.4	-3.800	-2.011	-1.262	-0.537	0.351	0.725	0.795	0.823	0.830	0.832	0.833
-2.5	-3.845	-2.012	-1.250	-0.518	0.360	0.711	0.771	0.793	0.798	0.799	0.800
-2.6	-3.889	-2.013	-1.238	-0.499	0.368	0.696	0.747	0.764	0.768	0.769	0.769
-2.7	-3.932	-2.012	-1.224	-0.479	0.376	0.681	0.724	0.738	0.740	0.740	0.741
-2.8	-3.973	-2.010	-1.210	-0.460	0.384	0.666	0.702	0.712	0.714	0.714	0.714
-2.9	-4.013	-2.007	-1.195	-0.440	0.390	0.651	0.681	0.683	0.689	0.690	0.690
-3.0	-4.051	-2.003	-1.180	-0.420	0.396	0.636	0.660	0.666	0.666	0.667	0.667

3.5 RELACION PRECIPITACIÓN-ESCURRIMIENTO

Para conocer el gasto de diseño de operación de las obras hidráulicas se requiere de datos de escurrimiento en el lugar donde ellas estén localizadas.

En ocasiones no se cuenta con esta información, o bien, hay cambios en las condiciones de drenaje de la cuenca como son, por ejemplo, la desforestación, la urbanización, etc., lo que provoca que los datos de gasto recabados antes de los cambios no sean útiles. Por otra parte, debido a que es más complicado obtener en campo los datos para los gastos de las corrientes que los de precipitación, se cuenta con mayor cantidad de información de esta última. Por estas razones se han propuesto procedimientos para determinar escurrimientos a partir de la precipitación que los origina. A estos procedimientos se les conoce como modelos de precipitación-escurrimiento. Para su estudio se les puede clasificar, de acuerdo con la información que requieren para su aplicación, de la manera siguiente

.Empíricos

Son de dos tipos, en uno se necesita para su aplicación únicamente de las caracerísticas fisiográficas de la cuenca donde está la corriente de interés y en el otro, además de las características, se usan datos de precipitación.

.Hidrograma unitario

Se debe contar por lo menos con un registro simultáneo de la precipitación y del escurrimiento que ésta produjo.

.Simulación del escurrimiento de la cuenca

Se necesita conocer las características detalladas de la cuenca y de datos hidrológicos simultáneos en toda ella. Para usarlos se requiere de gran cantidad de información y de modelos matemáticos complicados para la simulación. Este tipo de métodos no se describen en este capítulo porque están fuera del alcance de este manual.

3.5.1 Métodos empíricos

A partir de relaciones de precipitación-escurrimiento conocidas en algunas cuencas se han propuesto ecuaciones que hacen intervenir algunas de las características fisiográficas de la cuenca, así como información sobre el uso de la tierra,condiciones del suelo, pendiente del terreno, longitud o pendiente del cauce principal y la intensidad o altura de precipitación total que provocó el gasto máximo. Estos

métodos sólo proporcionan el gasto pico.

a) Método de envolventes

Uno de los métodos más conocidos es el que desarrolló Creager, quien asoció los gastos más grandes observados en el mundo respecto al área de la cuenca donde se presentaron, ver fig 3.19 . Al trazar una línea que envuelve a todos los gastos máximos se obtuvo una curva cuya ecuación está dada por

$$Q_p = 1.303C(0.386A)^{\alpha} \qquad (3.89)$$

$$\alpha = 0.936/A^{0.048}$$

donde

Q_p gasto máximo, en m^3/s
A área de la cuenca, en km^2
C constante

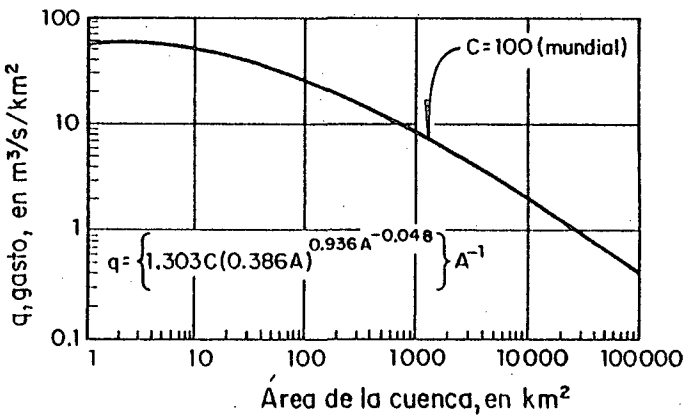


Fig 3.19 Envolvente mundial de Creager

Los valores de la constante C son conocidos como valores de la envolvente. El valor mundial de C es igual a 100. La desaparecida SARH ha evaluado este coeficiente para cada una de las regiones hidrológicas en que está dividida la República Mexicana, ver fig 3.20, y los valores de C para cada una de ellas están indicados en la tabla 3.15.

b) Fórmula racional

Casi todos los métodos empíricos se derivan del método racional, el cual aparece citado en la literatura americana en 1889 por Kuichling, pero otros autores dicen que los principios básicos de este método están explícitos en el trabajo desarrollado por Mulvaney en Irlanda en 1851. Se expresa con la ecuación

$$Q_p = 0.278\ C\ i\ A \qquad (3.90)$$

O

donde

Q_p gasto pico, en m^3/s

C coeficiente de escurrimiento, adimensional

i intensidad de lluvia para una duración que es igual, generalmente, al tiempo de concentración, en mm/h

A área de la cuenca, en km^2

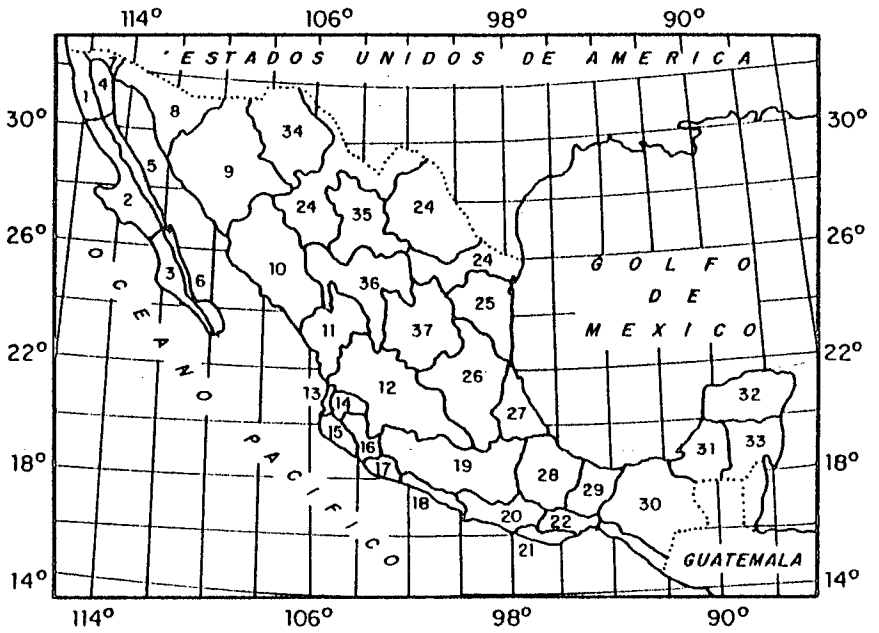


Fig 3.20 Regiones hidrológicas de la República Mexicana

El valor del coeficiente de escurrimiento (ver inciso 3.3.5) depende del tipo de área de drenaje, el uso del suelo, etc, y se puede obtener con ayuda de la tabla 3.9.

La intensidad de lluvia se determina de las curvas intensidad - duración - periodo de retorno (ver 3.3.3). La selección del valor de i se fundamenta en la estimación de la frecuencia de ocurrencia de ella y de la duración.

Una de las hipótesis básicas de este método es que la tormenta tiene una duración suficientemente grande para permitir que cualquier gota de agua llegue hasta la salida de la misma. La mínima duración para la intensidad de lluvia seleccionada será igual al tiempo de concentración, t_c (ver 3.3.4).

TABLA 3.15 Valores de la envolvente de gastos máximos

Región Hidrológica	Estación	Corriente	C
1	Cerca de Nestor California	Río Tijuana	2.947
3	El Ojo de Agua	Río Purísima	1.163
8	Pitiquito I	Río la Asunción	5.000
	Santa Teresa	Río Altar	12.000
9	El Aguila	Río Yaquí	16.000
	El Orégano	Río Sonora	6.000
	Punto de Agua	Río Mátape	5.000
	Tres Hermanas	Río Mayo	33.000
10	Huites	Río Fuerte	58.000
	Bodiraguato	Río Bodiraguato	59.000
11	Baluarte	Río Baluarte	99.085
	Acaponeta	Río Acaponeta	110.000
12	Los Fresnos 39	Río Andamácuaro	14.000
	Peñuelitos 20	Río de la Erre	14.000
	Yago	Río Santiago	19.000
	Paso de Analco	Río Santiago	13.000
	La Cuña	Río Verde	6.000
	La Boquilla	Río Huicicila	5.000
	El Caimán	Río Bolaños	5.000
	Huayanamota II	Río Huayanamota	11.000
	Tarandacuao	Arroyo Tarandacuao	10.320
13	Jumatán	Río Ingenio	3.000
	El Refilión	Río Huicicila	5.000
	Paso de Arocha	Río Huicicila	27.000
14	Puente Ameca	Río Ameca	1.000
	La Vega	Río Ameca	1.000
	Pijinto	Río Ameca	7.000
	Las Gaviotas	Río Ameca	9.000
	Puentes FFCC	Río Ahualulco	3.000
	El Salitre	Río Cocula	1.000
	San Martín Hidalgo	Río San Martín	5.000
	Corrinchis	Río Mascota	7.000
	La Desembocadura	Río Mascota	9.000
18	A-9 El Molino	Río Ixtlahuaca	23.600
19	Tecpan	Río Tecpan	46.000
20	El Salitre	Río Omitlán	64.000
22	Ostuta	Río Ostuta	49.000
23	Suchiate	Río Suchiate	53.000
24	Oriente Cerca del río	Arroyo Pinto	91.800
	Sabinas	Río Sabinas	12.500
24	Poniente El Cuchillo	Río San Juan	37.830

TABLA 3.15 Valores de la envolvente de gastos máximos (continuación)

Región Hidrológica	Estación	Corriente	C
25	La Esperanza	Río San Rafael o El Carrizal	73.600
26	Tempoal	Río Tempoal	41.000
	Terrerillas	Río Calabozo	37.000
	El Pujal	Río Tampaon	32.000
	Temamatla	Río Amajac	29.000
	Magiscatzin	Río Guayalejo	23.000
	Pánuco	Río Pánuco	21.000
	Los Adjuntas	Río Pánuco	21.000
	C. México-Laredo	Río Guayalejo	75.000
	C. Tampico-Mante	Río Guayalejo	54.000
	Galindo	Río Galindo	15.000
	Venados	Río Metztitlán	37.000
	Tepeji	Río Tepeji	7.000
	Tlautla	Río Tlautla	6.000
	Las Rosas	Río Las Rosas	7.000
27	Poza Rica	Río Cazones	61.000
	Atepatahua	Río Atepatahua	85.000
	Martínez de la Torre	Río Bobos	53.000
	Raudal	Río Misantla	47.000
28	Jalcomulco	Río La Antigua	38.000
29	Las Perlas	Río Coatzacoalcos	38.880
30	Canasayab	Río Champoton	13.600
34	La Trasquilla	Río del Carmen	3.000
36	Presa Lázaro Cárdenas	Río Nazas	28.000
37	Los Pilares	Arroyo La Parada	0.900
	El Grito	Arroyo Grande	6.206
	El Tule	Arroyo El Tule	2.000
	Tula	Río Tula	3.000
	Presa el Peaje	Arroyo Grande	19.400
	Presa San José	Río Santiago	17.000
	Presa Alvaro Obregón	Arroyo Aloquines	42.800

3.5.2 Hidrograma unitario

Para aplicar el método del hidrograma unitario se requiere tener registros simultáneos de escurrimiento y precipitación. Tiene la ventaja, respecto a los métodos anteriores, de que permite predecir la forma del hidrograma de la avenida y no sólo el gasto máximo.

El hidrograma unitario de una cuenca se define como el hidrograma de escurrimiento directo, producido por un mm de lluvia en exceso, que cae con intensidad uniforme sobre toda la cuenca durante un tiempo conocido como duración en exceso. Existen diferentes tipos de hidrogramas unitarios los cuales se describen a continuación.

a) Hidrograma unitario tradicional (H U)

Se basa en la suposición de que las precipitaciones con una misma duración y distribución espacial producen hidrogramas unitarios semejantes. De esta manera resulta que las ordenadas del hidrograma son proporcionales al volumen de escurrimiento directo, ver fig 3.21 .

De acuerdo con lo anterior, el área bajo la curva del H U es el volumen de escurrimiento directo de este hidrograma, y el cual debe ser igual al área de la cuenca por 1 mm de lluvia efectiva.

Mediante el uso del H U es posible hacer predicciones de escurrimiento directo en cuencas o en zonas hidrológicas similares que no cuentan con mediciones simultáneas de gastos y precipitación. Dadas las hipótesis en que se basa el método del hidrograma unitario tradicional, éste tiene dos principales limitaciones.

.No toma en cuenta la variación de la intensidad de la lluvia con respecto al tiempo. Para superar esta limitación se recomienda el uso del hidrograma unitario de intervalos cortos que se describe posteriormente (hidrograma unitario instantáneo).

.El hidrograma unitario se aplica sólo a hietogramas de lluvia efectiva que tengan la misma duración en exceso para la cual fue deducido. Si se quiere calcular otro hidrograma de escurrimiento directo para una duración diferente con la cual se calculó el hidrograma unitario se recurre al uso del método de la curva S, que se menciona posteriormente.

Para calcular el H U tradicional se hace lo siguiente

1) Se obtiene el hidrograma de escurrimiento directo y se calcula el volumen de escurrimiento directo V_{ED}.

2) Se determina la lluvia en exceso P_e, dividiendo el V_{ED} entre el área de la cuenca A, y se especifica la duración de esta lluvia.

3) Se encuentran las ordenadas del H U dividiendo las del hidrograma de escurrimiento directo entre la lluvia en exceso (P_e).

b) Método de la curva o hidrograma S

Este método permite obtener un H U con duración en exceso d_1 a partir de un H U conocido con duración d_e, siendo $d_e \neq d_1$.

La curva S es el hidrograma de escurrimiento directo resultado de una lluvia efectiva de 1 mm con duración infinita, ver fig 3.22.

Para obtener la curva S se hace lo siguiente

1) Se desplaza varias veces el H U conocido un tiempo igual a d_e.

2) Se suman las ordenadas de los hidrogramas desplazados, al resultado de esto se le llama hidrograma o curva S, ver fig 3.22 .

3) Algunas veces, como se muestra en la fig 3.23, la curva S presenta oscilaciones en sus ordenadas. Para eliminarlas conviene calcular el llamado gasto de equilibrio de la cuenca, que se presenta cuando toda el área está aportando el escurrimiento resultado de la lluvia efectiva de 1 mm durante la duración en exceso d_e, es decir

$$q_{eq} = \frac{A}{3.6\ d_e} \qquad (3.91)$$

donde A es el área de la cuenca, en km^2 ; d_e, en horas y q_{eq}, en $m^3/s/mm$.

Para obtener el H U asociado a la duración en exceso d_1, se procede de la manera siguiente

1) Se desplaza la curva S la duración d_1, ver fig 3.24 .

2) Se restan las ordenadas entre ambas curvas S.

3) Se obtienen las ordenadas del H U para una duración d_1, multiplicando los valores del paso anterior por la relación d_e/d_1 (para que así se garantice que el área bajo el H U sea igual al área de la cuenca por un mm).

.Para aplicar el método del H U en problemas de diseño se procede como se indica a continuación

. Cuencas pequeñas

1) Se selecciona un periodo de retorno y una duración de tormenta ($d = t_c$).

2) A partir de las curvas i-d-Tr se calcula la altura de precipitación (P) para diferentes duraciones menor o igual a t_c, teniendo en cuenta que i=P/d.

3) Se calcula la curva masa de precipitación con los valores obtenidos.

4) Se calcula el hietograma de lluvia total para un intervalo de tiempo seleccionado Δt .

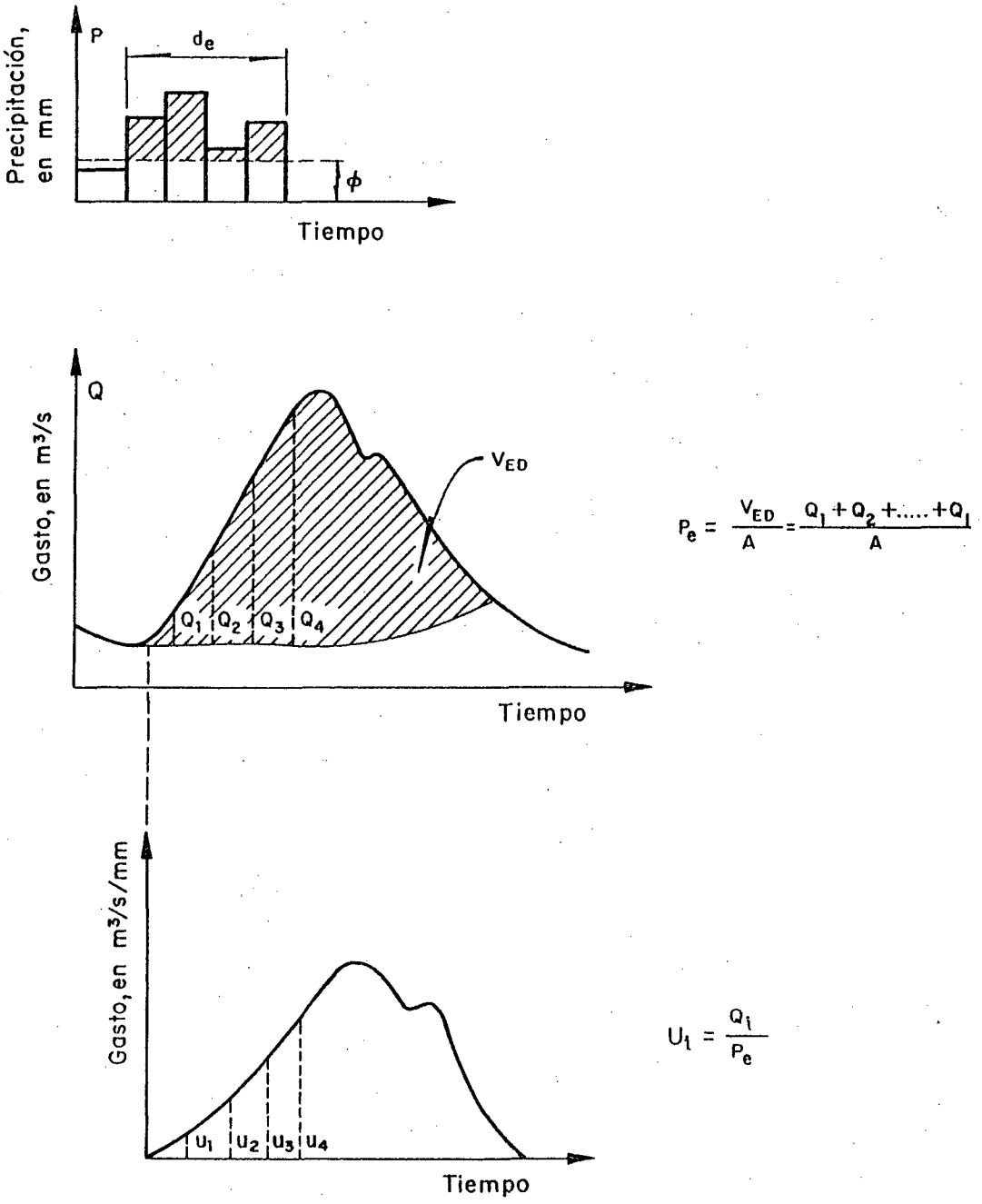


Fig 3.21 Esquema de cálculo del hidrograma unitario

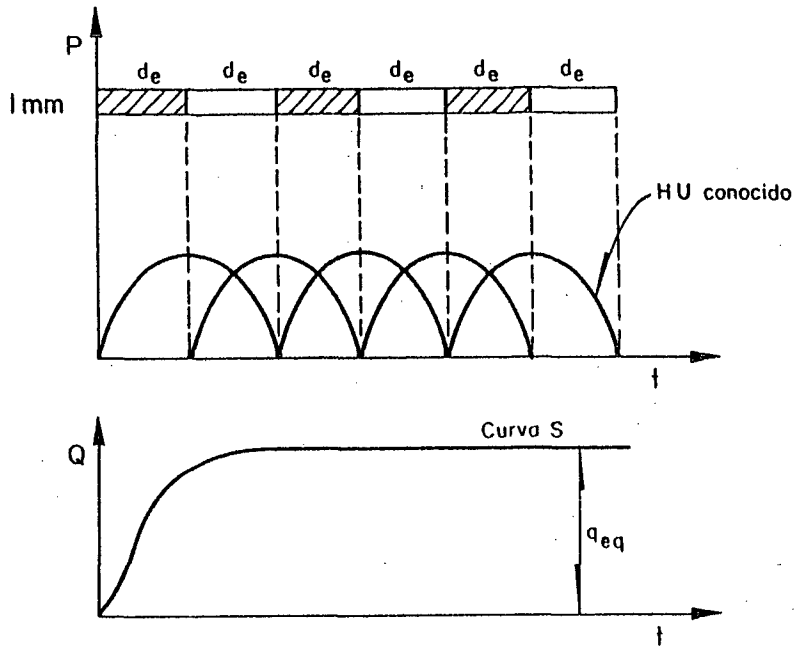


Fig 3.22 Curva o hidrograma S

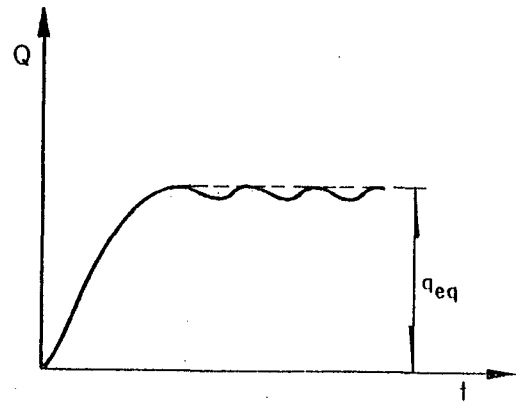


Fig 3.23 Inestabilidad en la curva S

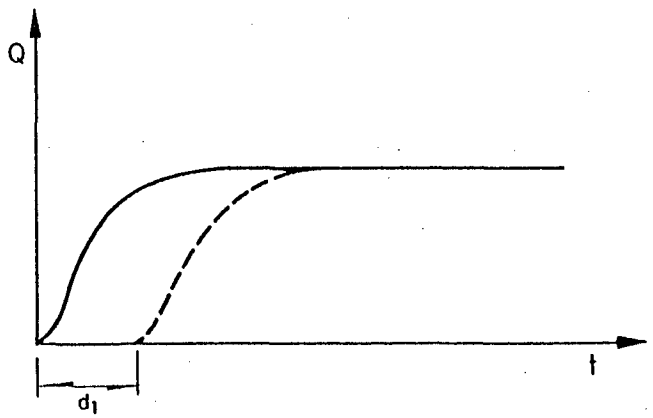


Fig 3.24 Desplazamiento de la curva S

5) Se obtiene el hietograma de lluvia efectiva y la duración en exceso, restándole al hietograma obtenido en el paso 4 el índice de infiltración representativo de la cuenca. Del mismo hietograma se calcula la lluvia efectiva total.

6) Si la d_e corresponde a la del H U se procede a obtener la avenida de diseño multiplicando las ordenadas del H U por la lluvia efectiva obtenida en el punto 5. Si no ocurre esto hay que usar el método de la curva S para tener el H U para la duración de interés y luego multiplicar sus ordenadas por la lluvia efectiva determinada en el punto 5.

7) Se agrega al hidrograma de escurrimiento directo obtenido el gasto base.

. Cuencas grandes

1) Para el área de la cuenca A en estudio se selecciona la duración de diseño, d.

2) A partir de las curvas P-A-d con los valores de A y d se obtiene la altura de precipitación P.

3) Para valores de duración menores a la de diseño se obtienen otros valores de P que permiten construir la curva masa de precipitación.

4) A partir de la curva masa se calcula el hietograma de lluvia total y restándole el índice de infiltración representativo de la cuenca se obtiene el hietograma de lluvia efectiva.

5) Se calcula la avenida como se indicó en el paso 6 del caso anterior.

6) Se agrega el escurrimiento base estimado.

Para cuencas grandes también se puede utilizar la secuela de cálculo de cuencas pequeñas teniendo cuidado al manejar las curvas i-d-Tr para cada estación de la cuenca y calcular el hietograma de precipitación media, ver inciso 3.3.2.

c) Hidrograma unitario instántaneo (HUI)

El hidrograma unitario instantáneo permite tomar en cuenta la distribución de la lluvia en el tiempo.

Si la duración de la lluvia en exceso tiende a cero y el volumen de agua permanece constante, la altura de lluvia efectiva se vuelve un pulso . El hidrograma del escurrimiento directo resultado de este pulso se llama hidrograma unitario instantáneo. Por lo anterior, este hidrograma es independiente de la duración de la lluvia en exceso.

Existen varios modelos conceptuales para delinear el hidrograma unitario instantáneo; así, por ejemplo, Nash (1959) propuso un modelo que considera a la cuenca de drenaje como formada por una serie de almacenamientos lineales idénticos.

Si se designa a y= Q(t) como función de salida (gasto) y x(t)= I(t) es

la de entrada (lluvia) . Se puede tratar al sistema con una función de respuesta u(t). Ahora, si la entrada es una sucesión de entradas instantáneas infinitesimales de volumen x $(\tau)d\tau = I(\tau)d\tau$, cada una de éstas añade su contribución $I(\tau)u(t-\tau)d\tau$ a la razón de salida Q(t) en el tiempo t, teniéndose que

$$Q(t) = \int_{t_o}^{t' \leq t_o} I(\tau)u(t-\tau)d\tau \qquad (3.92)$$

La ecuación anterior se llama integral de convolución o integral de Duhamel . En este caso la ordenada Q(t) representa al hidrograma de escurrimiento directo en el tiempo t. Es decir, cada lluvia efectiva $I(\tau)$ de duración t_o se multiplicará por el hidrograma unitario instantáneo $u(t-\tau)$ para después sumar todos los hidrogramas así producidos y como resultado se obtiene al hidrograma de escurrimiento producto de la precipitación I (τ), ver fig 3.25 .

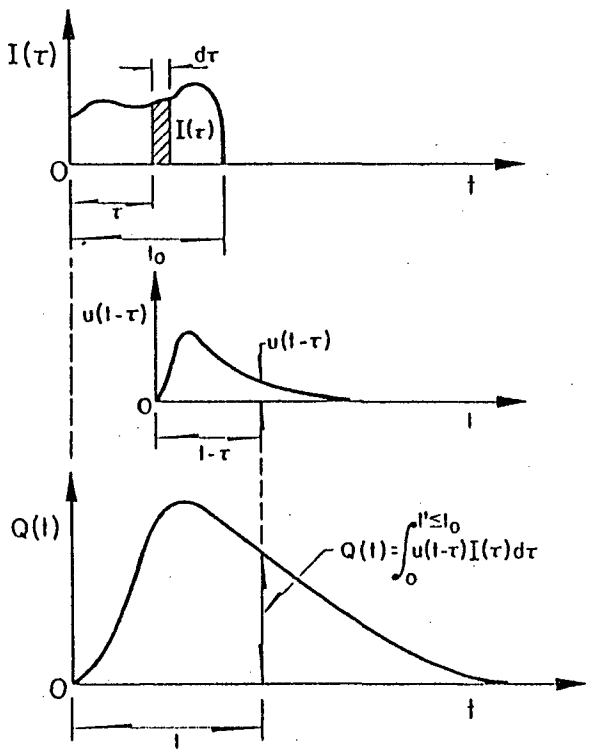


Fig 3.25 Hidrograma unitario instantáneo

En la integral de convolución a $u(t-\tau)$ se le conoce como función de núcleo, y $t'=t$ cuando $t \leq t_o$ y $t'= t_o$ cuando $t > t_o$.
Las propiedades del hidrograma unitario instantáneo son las siguientes

1) $0 \leq u(t) \leq$ un valor pico positivo para $t > 0$

2) $u(t) = 0$ para $t \leq 0$

3) $u(t) \rightarrow 0$ para $\rightarrow 0$

4) $$\int_0^\infty u(t)dt = 1.0$$

5) $$\int_0^\infty u(t)dt = t_r$$

donde t_r es el tiempo de retraso del hidrograma unitario instantáneo. Existen numerosos métodos para determinar el hidrograma unitario instantáneo, conocidos un hietograma de lluvia efectiva y un hidrograma de escurrimiento directo, Chow propone un procedimiento para determinar aproximadamente el hidrograma unitario instantáneo.

d) Hidrograma unitario de duración en exceso pequeña (H.U.P.)

Un método para aproximar el H.U.I consiste en obtener el hidrograma unitario para una duración en exceso pequeña (generalmente, entre 10 minutos y 4 horas). Se considera que para un hidrograma unitario de duración en exceso Δt, el escurrimiento directo, ver fig 3.26, se calcula como

$$Q_i = Pe_1 u_i + Pe_2 u_{i-1} + Pe_3 u_{i-2} + \ldots + Pe_i u_1 \qquad (3.93)$$

sujeta a $Pe_i = 0$ para $i > NP$; $u_i = 0$ para $i > NU$, $i = 1, 2, \ldots, NQ$

donde

- Q_i ordenada del hidrograma de escurrimiento directo para el i-ésimo intervalo de tiempo
- u_i i-ésima ordenada del hidrograma unitario de duración en exceso Δt
- Pe_i i-ésima altura de precipitación efectiva o en exceso
- NU número total de ordenadas del hidrograma unitario de duración en exceso Δt
- NQ número total de ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo
- NP número total de precipitaciones efectivas; corresponde al número de barras del hietograma de lluvia efectiva que están a intervalos de tiempo iguales a la duración en exceso

Las tres últimas variables pueden relacionarse entre sí con la ecuación

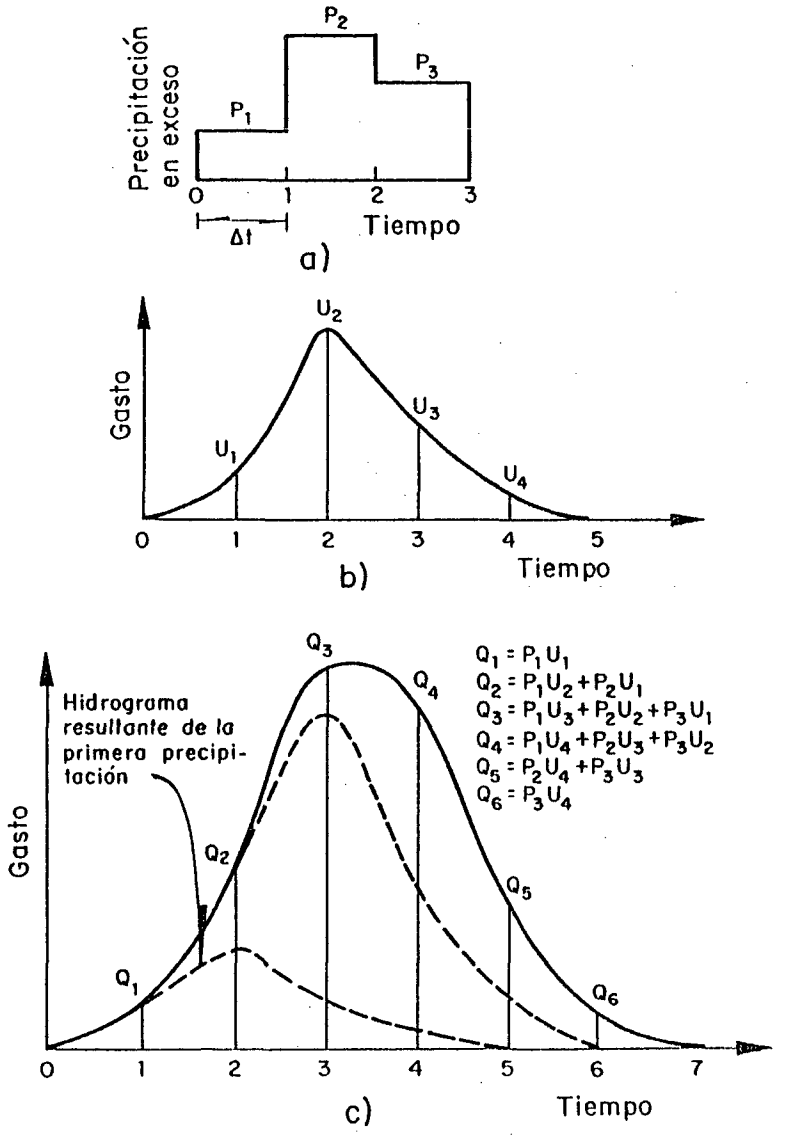


Fig 3.26 Cálculo del hidrograma de escurrimiento directo a partir del hidrograma unitario

siguiente

$$NU = NQ - NP + 1 \qquad (3.94)$$

Para obtener el hidrograma unitario a partir del hidrograma de escurrimiento directo y el hietograma de lluvia efectiva, es necesario resolver el sistema de ecs 3.93 . Esta solución muy pocas veces se puede obtener ya que este hidrograma unitario es muy sensible a pequeños errores en los datos de partida ya que en ocasiones la solución de la ec 3.93 da resultados negativos; a fin de superar ésto y contar con una solución se propone usar el procedimiento propuesto por Raudkivi (1979) el cual está basado en aceptar un error pequeño en cada ecuación del sistema 3.93, es decir ,se tiene que el error e_i esta dado como

$$e_i = Q_m - Q_i = Q_m - (Pe_1 u_i + Pe_2 u_{i-1} + Pe_3 u_{i-2} + \ldots + Pe_i u_1) \qquad (3.95)$$

donde Q_m y Q_i son los gastos medidos y estimados, respectivamente.
Para asegurarse que e_i sea pequeño se hace mínima la suma de los cuadrados de los errores

$$S = \Sigma\, e_i^2 \qquad (3.96)$$

Esto significa que S se deriva parcialmente con respecto a cada u_i y se iguala a cero, de esta manera se forma un sistema de ecuaciones que permite calcular el valor de la ordenada de H.U.
Procediendo de esa manera se llega a establecer que

$$\phi_{Pe}\, Q\,(\tau) = \sum_{i=1}^{NU} u_i\, \phi_{Pe\ Pe}(\tau - i + 1) \qquad (3.97)$$

Sujeta a $\tau = 0, 1, \ldots, (NU-1)$; para $\tau > NU$ $\phi_{Pe}\, Q\,(\tau) = 0$

$$\phi_{Pe} Q(\gamma) = \sum_{l=1}^{NQ} Pe_l \; Q_{l+\gamma} \qquad (3.98)$$

Sujeta a $\gamma = 0, 1, \ldots, (NU-1)$; para $l > NP$ $Pe_1 = 0$

$$\phi_{Pe\ Pe}\,(\rho) = \sum_{k=1}^{NP} Pe_k\, Pe_{k+P} \qquad (3.99)$$

Sujeta a $\rho = 0, 1, \ldots (NP-1)$; para $\rho > (NP-1)$ $\phi_{PePe}(\rho) = 0$

e) Hidrogramas unitarios sintéticos

Cuando no se dispone de registros simultáneos de precipitación y escurrimiento se puede estimar un H U para la cuenca en estudio conociendo las características físicas de ella.

Para ello se emplea un hidrograma unitario obtenido en otro lugar, casi siempre referido a ciertos parámetros del lugar en donde fue calibrado, a este tipo de hidrogramas se les llama sintéticos. A continuación se describen los de uso común en nuestro medio.

.Hidrograma Unitario Triangular

En este método se requiere conocer las características fisiográficas de la cuenca. Ha sido desarrollado para cuencas pequeñas (ver inciso 3.3.3) y su forma es triangular, ver fig 3.27 .Se obtiene el gasto pico con la ecuación siguiente

$$q_p = 0.208 \frac{A}{t_p} \qquad (3.100)$$

donde

A área de la cuenca, en km^2

t_p tiempo pico, en h

q_p gasto pico, en $m^3/s/mm$

$$t_r = 1.67\ t_p \qquad (3.101)$$

$$t_p = \sqrt{t_c} + 0.6\ t_c \qquad (3.102)$$

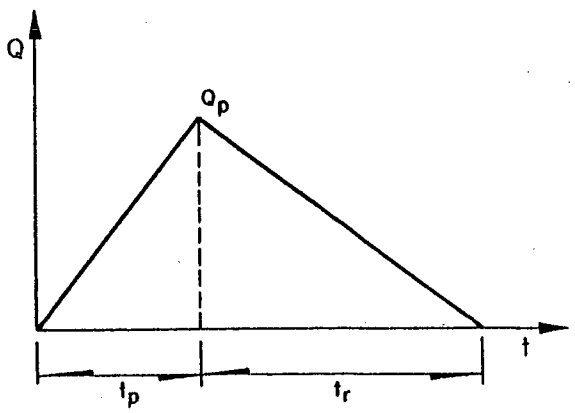
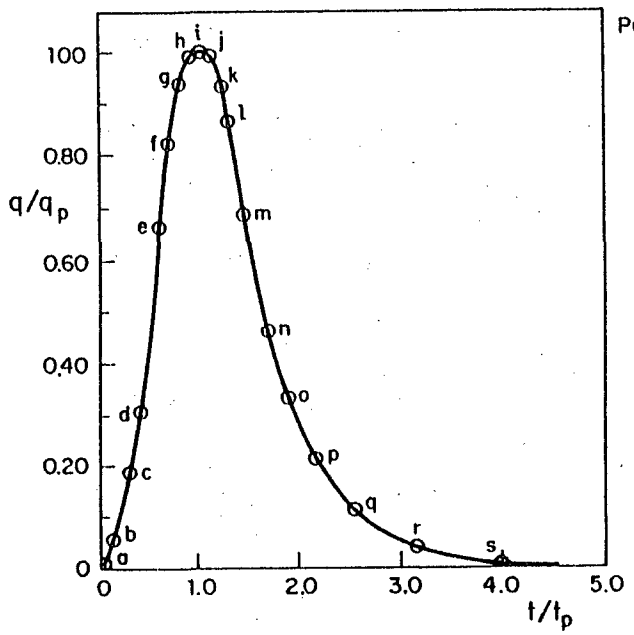


Fig 3.27 Hidrograma unitario triangular

El hidrograma de escurrimiento directo se calcula multiplicando cada una de las ordenadas del H.U. triangular por la lluvia efectiva, Pe, expresada en mm .

. Hidrograma Unitario Adimensional del SCS

El Soil Conservation Service de Estados Unidos (SCS, 1975)propone usar el hidrograma unitario adimensional de la fig 3.28 .



Punto	t/t_p	q/q_p
a	0.00	0.00
b	0.10	0.03
c	0.30	0.19
d	0.40	0.31
e	0.60	0.66
f	0.70	0.82
g	0.80	0.93
h	0.90	0.99
i	1.00	1.00
j	1.10	0.99
k	1.20	0.93
l	1.30	0.86
m	1.50	0.68
n	1.70	0.46
o	1.90	0.33
p	2.20	0.21
q	2.60	0.11
r	3.20	0.04
s	5.00	0.00

Fig 3.28 Hidrograma unitario del SCS

Para determinar el hidrograma se calcula

$$q_p = 0.208 \frac{A}{t_p} \qquad (3.103)$$

$$t_p = \sqrt{t_c} + 0.6\, t_c \qquad (3.104)$$

donde

A	área de la cuenca, en km^2
t_c	tiempo de concentración, en h
t_p	tiempo pico, en h
q_p	gasto pico, en $m^3/s/mm$

La forma del hidrograma unitario queda definido al multiplicar los valores de las ordenadas y las abscisas, que aparecen en la fig 3.28, por q_p y t_p, respectivamente ,de la manera siguiente

a) Se escoge un valor de t/t_p y con ayuda de la fig 3.28 se obtiene q/q_p

b) Conocido q_p se despeja el valor de q

c) De la relación t/t_p elegida se despeja el valor de t

d) Se repite lo mencionado varias veces y los valores de q y t así

calculados se dibujan para definir el hidrograma unitario. El hidrograma de escurrimiento directo se obtiene multiplicando cada una de las ordenadas del hidrograma unitario por la lluvia efectiva Pe, expresada en mm

. Método de I-Pai-Wu (1963)

Este método permite calcular el gasto máximo y la forma del hidrograma. Se basa en el modelo lineal propuesto por Nash (1959) para obtener el hidrograma unitario instantáneo. El gasto se calcula mediante la expresión siguiente

$$Q(t) = \frac{1}{K(n-1)!}\left[\frac{t}{K}\right]^{n-1} e^{-t/K} \qquad (3.105)$$

Para calcular el gasto pico se propone la ecuación

$$Q_p = 0.278\,\frac{A\ P_e}{t_p}\,f(n,\ t_p) \qquad (3.106)$$

donde

Q_p gasto pico, en m^3/s

Pe lluvia efectiva, en mm

A área de la cuenca, en km^2

t_p tiempo pico, en h

K coeficiente de almacenamiento

$$f(n,\ t_p) = \frac{(n-1)^n\ e^{1-n}}{\Gamma(n)} \qquad (3.107)$$

donde n para la zona de estudio se obtiene como

$$n = \frac{4\ t_p}{K} \qquad (3.108)$$

$\Gamma(n)$ es la función matemática gamma, ver ec 3.44.

Para calcular t_p y K se propone utilizar las dos ecuaciones siguientes

$$t_p = 0.98\ (A)^{1.085}(L)^{-1.233}\ (S)^{-0.668} \qquad (3.109)$$

$$K = 0.73\ (A)^{0.937}\ (L)^{-1.474}\ (S)^{-1.473} \qquad (3.110)$$

donde

L longitud de la corriente principal, en km

A área de la cuenca, en km^2

S pendiente del cauce principal, calculada con el criterio de Taylor-Schwartz, expresada en porciento (ver inciso 3.3.4)

Para obtener el hidrograma de escurrimiento se procede de la manera siguiente

1) Se calculan con las características fisiográficas de la cuenca, K y t_p, ecs 3.109 y 3.110
2) Se calcula el valor de n, ec 3.108
3) Conocida n se calcula f(n, t_p), con la ec 3.107
4) Se obtiene el gasto pico con la ec 3.106
5) Con t/t_p del hidrograma sintético de la fig 3.29 se calcula Q/Q_p o bien con la expresión

$$\frac{Q}{Q_p}=\left(\frac{t}{t_p}\right)^{n-1}\left[e^{-(n-1)}\right]^{\left(\frac{t}{t_p}-1\right)} \qquad (3.111)$$

de cualquiera de las dos maneras propuestas se despeja el valor de Q . La precipitación efectiva en la cuenca donde se desea calcular el hidrograma de escurrimiento directo es estimada a partir de los datos registrados en una estación llamada base P_b.

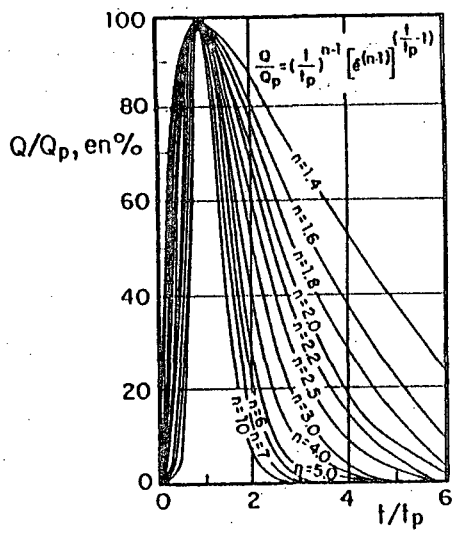


Fig 3.29 Hidrograma adimensional, propuesto por I-Pai-Wu

Con esa información se calculan las curvas i-d-Tr y conocidas éstas se selecciona una duración d, un período de retorno Tr de interés y se obtiene i, con ésta Pb = i d, y luego, con ayuda del número de escurrimiento N ó el coeficiente de escurrimiento C ó el índice de infiltración media, se obtiene la precipitación efectiva en la estación base Pe_b, como se mencionó en 3.3.5

Si la estación base está dentro de la cuenca se cumple

$$P_e = P_{e_b} \tag{3.112}$$

Si la estación base esta fuera de la cuenca se tiene que

$$P_e = F\ P_{e_b} \tag{3.113}$$

donde F es un factor de ajuste que toma en cuenta la localización de la estación base, y está definido como

$$F = \frac{\text{Prec. en 24 h. en la estación dentro de la cuenca para } T_r = 50 \text{ años}}{\text{Prec. en 24 h. en la estación base para } T_r = 50 \text{ años}} \tag{3.114}$$

Hay que señalar que este método no proporciona un hidrograma unitario sino el de escurrimiento directo ya que en el cálculo del Q_p , ec 3.106, ya se considera a la lluvia efectiva.

. Método de Chow (1962)

Permite conocer solamente el gasto máximo del hidrograma de escurrimiento directo para un periodo de retorno dado, y se aplica a cuencas menores de 25 km^2 . El gasto pico del escurrimiento directo se calcula como

$$Q_p = q_p\ P_e \tag{3.115}$$

donde

q_p gasto pico del hidrograma unitario, en $m^3/s/mm$

P_e lluvia efectiva, en mm

En 3.5.2 se señaló que el gasto de equilibrio que se usa en la curva S puede valuarse con la ec 3.91, es decir

$$q_e = \frac{A}{3.6\ d}$$

El factor de réducción Z, propuesto por Chow, puede valuarse como

$$Z = \frac{q_p}{q_e} \tag{3.116}$$

Sustituyendo la expresión del gasto de equilibrio y la ec 3.116 en la 3.115 resulta

$$Q_p = 0.278 \frac{A \ Z \ P_e}{d} \qquad (3.117)$$

Multiplicando la ec 3.117 en el numerador y denominador por Pe_b, que es la lluvia en exceso calculada para la estación base y que está expresada en mm para una duración dada, se tiene

$$Q_p = A \ Z \frac{Pe_b}{d} \frac{P_e}{Pe_b} (0.278) \qquad (3.118)$$

Considerando que

$$X = \frac{Pe_b}{d} \qquad (3.119)$$

$$Y = 0.278 \frac{Pe}{Pe_b} \qquad (3.120)$$

la ec 3.117 se escribe finalmente de la manera siguiente

$$Q_p = A \ X \ Y \ Z \qquad (3.121)$$

donde X, Y y Z se definen como los factores de escurrimiento, climático y reducción, respectivamente.

Cálculo de los factores X, Y, Z.

1) Se obtienen X y Y en función de Pe_b o Pe, ecs 3.112 ó 3.113.

2) Z se calcula en función de la relación entre la duración de la tormenta d y el tiempo de retraso t_R, mediante la fig 3.30. El tiempo de retraso se define como el tiempo que transcurre entre el centroide del hietograma de lluvia efectiva y el tiempo de pico del hidrograma de escurrimiento directo, ver fig 3.31.

El tiempo de retraso depende, principalmente, de las características fisiográficas de la cuenca y de la forma del hidrograma y es independiente de la duración de la lluvia. Para calcular este tiempo Chow (1962) propone la ecuación siguiente

$$t_R = 0.0050 \left(\frac{L}{\sqrt{S}} \right)^{0.64} \qquad (3.122)$$

donde

L	longitud del cauce principal, en m
S	pendiente del cauce principal, en %
t_R	tiempo de retraso, en h

Linsley et al (1975) recomiendan calcularlo con la expresión siguiente

$$t_R = (0.75174)\ C_t \left[\frac{L\ L_{ca}}{\sqrt{S}} \right]^n \qquad (3.123)$$

donde

L_{ca} longitud de la corriente principal desde la salida de la cuenca hasta el punto más cercano al centro de gravedad de la cuenca, en km; los puntos deben estar ubicados sobre el cauce principal

S pendiente de la cuenca

n constante; para montaña, pie de monte y valles n = 0.38

L longitud de la corriente principal, en km

C_t coeficiente que representa las variaciones de la pendiente y el almacenamiento en la cuenca; para cuencas naturales varía entre 1.35 y 1.65 y para zonas urbanas, de acuerdo con las mediciones realizadas por Eagleson, se obtuvo que vale entre 0.16 y 0.24

Snyder (1938) propone la expresión siguiente

$$t_R = C_t (L\ L_{ca})^{0.3} \qquad (3.124)$$

O bien se puede emplear

$$t_R = 0.6\ t_c \qquad (3.125)$$

donde t_c es el tiempo de concentración, en h.

-Cálculo del gasto máximo

Para obtener el gasto máximo utilizando el método de Chow se recomienda el procedimiento siguiente

1) Se elige una duración de lluvia d para la tormenta de diseño, se sugiere empezar con d igual al t_c.

2) Se escoge el periodo de retorno de acuerdo con la estructura que se va a diseñar.

3) Se estima Pe y Pe_b, como ya se indicó.

4) Se calculan los factores X y Y.

5) Se calcula la relación d/t_R para determinar el factor Z con ayuda de la fig 3.30.

6) Se calcula el gasto pico con la ec 3.115

7) Se repite el procedimiento para otras duraciones.

8) El valor más grande de los gastos pico calculados corresponde al gasto de diseño.

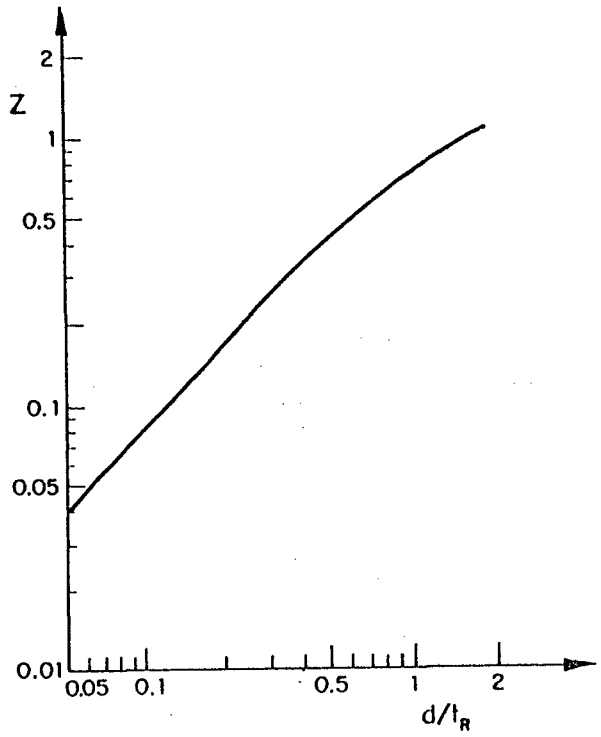


Fig 3.30 Factor de reducción Z

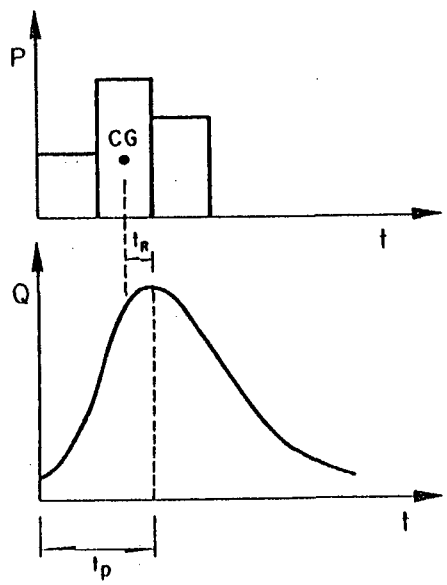


Fig 3.31 Definición del tiempo de retraso

El gasto pico del hidrograma sintético triángular puede ser sustituido por el estimado con el método de Chow y así proponer una forma al hidrograma de escurrimiento, que en este caso será directo.

3.6 INTEGRACION DE EVENTOS HIDROLOGICOS

3.6.1 Introducción

El cambio que sufre un hidrograma desde una sección transversal hasta otra ubicada después de un tramo de río o una presa se entiende como tránsito de la avenida. Este cambio puede ser tanto en forma como en desplazamiento en el tiempo.

Para predecir las variaciones temporal y espacial de una onda de avenida a través de un tramo de río o en un vaso de almacenamiento, o, para determinar el hidrograma de salida de una cuenca sobre la que se presentó una cierta lluvia, se emplean los procedimientos de tránsito de avenidas. Estos se dividen en dos categorías, a saber

. Tránsito hidrológico

Se utilizan la ecuación de continuidad y una relación entre el almacenamiento y el gasto de salida. Este tipo de tránsito se utiliza, por ejemplo, para calcular la capacidad de la obra de excedencias de una presa o para conocer el cambio en la forma y avance de la onda de avenida en un tramo de río.

. Tránsito hidráulico

Se utilizan las ecuaciones diferenciales de continuidad y de conservación de la cantidad de movimiento, para flujo no permanente o transitorio. La solución numérica de estas ecuaciones permite conocer la variación detallada de las características hidráulicas (velocidad y tirante) con respecto al tiempo. De este modo se conoce la evolución del nivel de agua dentro del cauce de un río o en la zona de planicie. Este tipo de tránsito puede consultarse ampliamente en el cap 6 de este Manual.

3.6.2 Tránsito de avenidas en vasos de almacenamiento

Un vaso de almacenamiento se forma al interponer al paso de una corriente un obstáculo, llamado cortina, que provoca un remanso que limita el escurrimiento del agua. Para hacer el tránsito se emplea la ecuación de continuidad, la cual está dada por

$$I - O = \frac{dV}{dt} \qquad (3.126)$$

donde

I gasto de entrada, en m^3/s

O gasto de salida, en m^3/s

V volumen de almacenamiento, en m^3

t tiempo, en s

La ec 3.126 se puede expresar en diferencias finitas como

$$\frac{I_i + I_{i+1}}{2} - \frac{O_i + O_{i+1}}{2} = \frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta t} \qquad (3.127)$$

donde

Δt intervalo de tiempo, en s

i, i+1 subíndices que representan los valores de las variables en el tiempo $t = i\,\Delta t$ y $t = (i+1)\Delta t$, respectivamente.

Como las variables O y V son conocidas en $t = i\Delta t$, I en todo el tiempo, ya que es el hidrograma de entrada, es conveniente escribir la ec 3.127 como

$$I_i + I_{i+1} + \left[\frac{2V_i}{\Delta t} - O_i\right] = \frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1} \qquad (3.128)$$

En el tránsito de una avenida no se consideran variables como la evaporación y la infiltración, ya que su magnitud es varias veces inferior al volumen de las entradas o salidas por escurrimiento, tomando en consideración que el tiempo que dura la avenida es del orden de horas a 2 ó 3 días.

Respecto al Δt, propuesto en la ec 3.128, para no afectar la precisión de los cálculos conviene utilizar un intervalo pequeño (se sugiere $\Delta t \leq 0.01\ t_p$, donde t_p es el tiempo de pico del hidrograma de entrada).

El tamaño del vaso de almacenamiento depende de la topografía, cuando es escarpada la capacidad de almacenamiento es pequeña y por el contrario, si es extendida, ella es grande. Para relacionar la elevación del agua con el volumen de agua almacenado se maneja una curva conocida como elevaciones-capacidades (volúmenes), en la fig 3.32a se muestra la forma típica de esta curva.

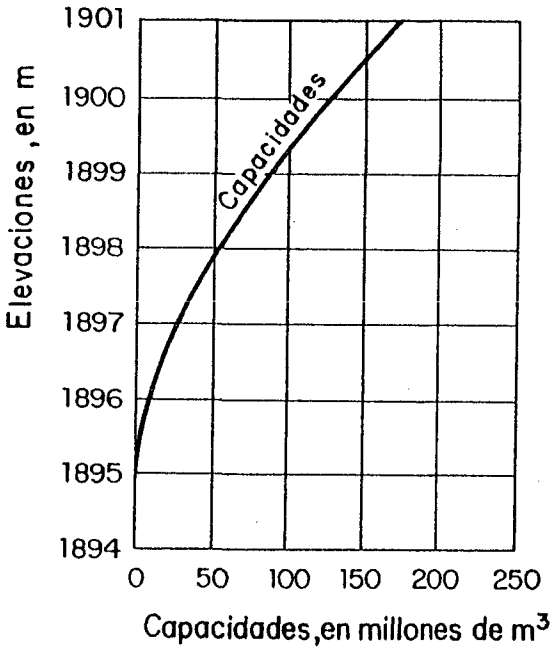


Fig 3.32a Curva elevaciones-capacidades

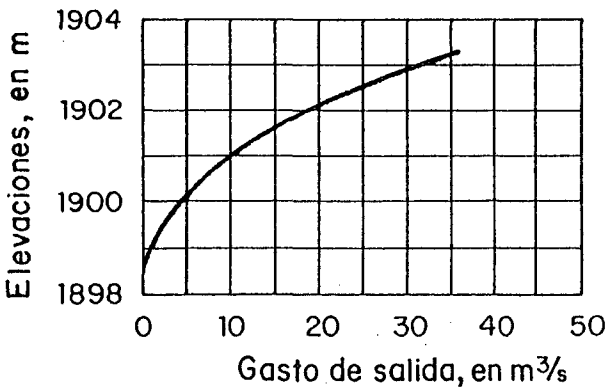


Fig 3.32b Curva elevaciones - gastos de salida

En esta clase de tránsito se acostumbra utilizar únicamente el gasto de salida por la obra de excedencias, ya que el que se extrae por la obra de toma es pequeño comparado con el anterior. Es útil establecer una función entre la elevación del agua y el gasto de salida, lo cual se logra por medio de la curva elevaciones-gastos de salida. Esta curva se calcula con la ecuación de un vertedor rectangular, la cual es del tipo siguiente

$$Q = C\ L\ H^{3/2} \qquad (3.129)$$

donde C es el coeficiente de descarga del vertedor, en $m^{1/2}/s$; L longitud de la cresta del vertedor, en m; H la carga sobre la cresta del vertedor, en m.

El valor de C es variable ya que es función de la relación entre la carga de agua y la de diseño. Sin embargo, para fines del tránsito, se suele considerarlo igual a 2. Tanto C como el exponente que aparecen en la ec 3.129 pueden ser afinados a partir de los datos de gastos de salida y cargas de agua en el vertedor medidos en modelos físicos reducidos.

La variable H se considera igual a la carga de agua más la carga de velocidad sobre la cresta, generalmente ésta última es despreciable, por lo que el valor de H es igual a la carga de agua sobre la cresta.

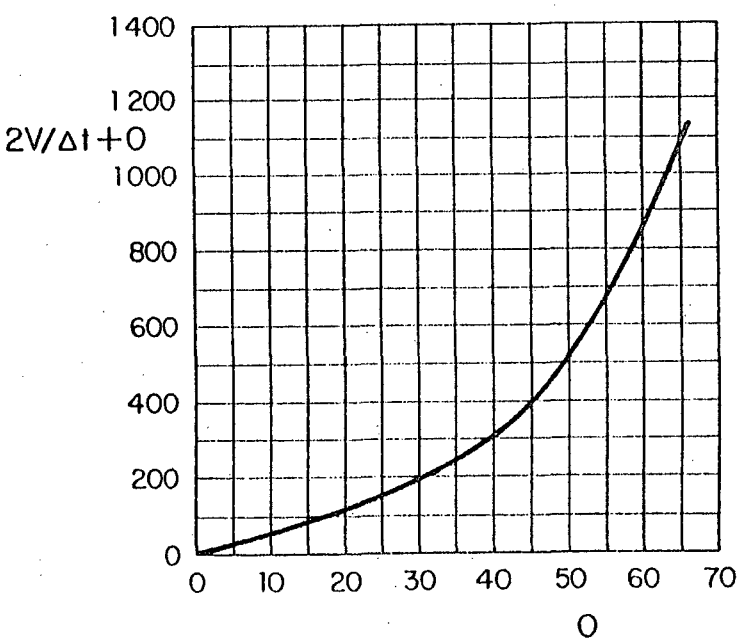


Fig 3.33 Curva $2V/\Delta t + O$ contra O

Esta curva puede ser dibujada a partir de la ec 3.129, ya que en este caso la elevación del agua es igual a la suma de la elevación de la cresta del vertedor más la carga de agua. En la fig 3.32b se muestra una curva de este tipo.

Cuando el vertedor es de cresta controlada, la relación elevación-gasto de salida estará dada por las reglas de operación fijadas por las compuertas.

Mediante las dos curvas descritas se puede conocer para cada volumen almacenado en la presa, la elevación del agua y con ésta el gasto de salida, y de ahí la relación volumen de almacenamiento-gasto de salida.

El hidrograma de entradas es el que llega al almacenamiento y que se desea transitar por el mismo, en los problemas de diseño a este hidrograma se le llama avenida de diseño.

Para realizar el tránsito se requiere especificar en que situación se encuentra el vaso en el momento en que se presenta la avenida. Para ello se debe conocer la elevación del agua y su correspondiente volumen de agua almacenado en la presa, el gasto de entrada y el gasto de salida.

Para resolver la ec 3.128, tomando en cuenta las curvas elevaciones-capacidades y elevaciones-gastos de salida, se proponen dos procedimientos, uno gráfico y el otro numérico, ambos se describen a continuación.

Por precisión, rapidez y flexibilidad en los cálculos conviene utilizar el numérico con auxilio de una computadora. El método semigráfico, ver Hjelmfelt et al (1976), se incluye para emplearse cuando no se disponga de la ayuda electrónica mencionada.

a) Método semigráfico

Consiste en dos etapas, la primera sirve para calcular y dibujar una figura indispensable para usar el método y en la segunda se lleva a cabo la aplicación del mismo.

Primera Etapa. Obtención de la curva $(2V/\Delta t + O)$ contra O

Para construir esta curva se emplean las curvas elevaciones-capacidades y elevaciones-gastos de salida de la manera siguiente

1) Se selecciona el valor del incremento de tiempo Δt.

2) Se escoge una elevación y se obtiene el volumen V y el gasto de salida O.

3) Con V y O se calcula $2V/\Delta t + O$.

4) En una gráfica se representa a $2V/\Delta t + O$ contra O .

El procedimiento se repite para otras elevaciones; en la fig 3.33 se muestra esta curva.

Segunda etapa. Aplicación del método

1) Para las condiciones iniciales, se calcula el miembro izquierdo de la ec 3.128; su resultado es igual a

$$\frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1} = K$$

donde K es una constante.

2) Con el valor del paso 1 se entra a la curva $2V/\Delta t + O$ contra O y se encuentra el valor de O_{i+1}. El valor de V_{i+1} se calcula con

$$V_{i+1} = (K - O_{i+1})\frac{\Delta t}{2}$$

3) Se considera a i+1 como i, es decir I_{i+1} , O_{i+1} y V_{i+1} pasan a ser I_i, O_i, V_i en el instante siguiente. Se repite el procedimiento hasta terminar todos los valores de interés del hidrograma de entrada.
El método puede sistematizarse en una tabla, como la 3.16.
El hidrograma de salida aparece en la columna 7 de esa tabla y ella se llena de la manera siguiente
Columna 1

t_1 es igual al tiempo de inicio del tránsito

t_2 es igual a $t_1+(i-1)\Delta t$, para $i=2,3,4,\ldots,n$

Columna 2
Se anotan los valores de i desde 1 hasta el número de incrementos de tiempo que interese.
Columna 3
Se escriben las ordenadas del hidrograma de entrada correspondientes a los tiempos t_i, para $i=1,2,3,\ldots,n$.
Columna 4
Se calcula la suma $I_i + I_{i+1}$ y se apunta ésta en el renglón i.
Las columnas anteriores se llenan antes de comenzar con el método de tránsito. Como las condiciones iniciales son conocidas, por tanto V_1 y O_1 son datos y en el primer renglón de la columna 5 se escribe $2V_1/\Delta t-O_1$. Las columnas 5 a 7 se llenan por renglones. Se consideran conocidas las variables con subíndice i y desconocidas aquellas con subíndice i+1.
Columna 5
Se anota el valor de $2V_1/\Delta t-O_1$ del renglón 1. El valor del renglón j (para $j>1$) se calcula al restar al valor de $2V_{i+1}/\Delta t+O_{i+1}$ el de $2O_{i+1}$ que aparece en el renglón j-1.
Columna 6

Se suman los valores del renglón i de las columnas 4 y 5 y el resultado se escribe en la columna 6 del mismo renglón. Con ello se conoce $2V_{i+1}/\Delta t+O_{i+1}= K$

Columna 7

Con el valor de K se entra a la figura de $2V/\Delta t+O$ contra O y se encuentra el valor de O_{i+1}del renglón i y se vuelve a empezar nuevamente el procedimiento.

TABLA 3.16 Secuencia de cálculo para el método semigráfico

(1) Tiempo	(2) i	(3) I_i	(4) I_i+I_{i+1}	(5) $2V_i/\Delta t-O_i$	(6) $2V_{i+1}/\Delta t+O_{i+1}$	(7) O_{i+1}
t_1	1	I_1	$I_1+I_2=A$	$2V_1/\Delta t-O_1=B$	$A + B = K \xrightarrow{fig}$	O_2
t_2	2	I_2	$I_2+I_3=C$	$K-2O_2=D$	$C + D = L \xrightarrow{fig}$	O_3
t_3	3	I_3	$I_3+I_4=E$	$L-2O_3=F$	$E + F = M \xrightarrow{fig}$	O_4
...	...	...	...	...	... $\longrightarrow$	...
t_n	n	I_n	I_n+I_{n+1}	...	... $\longrightarrow$	...

b) Método numérico

Este método resuelve la ec 3.128 mediante un procedimiento del tipo predictor-corrector (Fuentes y Martínez, 1988) de la forma siguiente

1) Se conocen I_i, I_{i+1}, V_i, O_i, Δt ;por tanto se puede valuar el miembro izquierdo de la ec 3.128 .

2) Se supone que $O_{i+1} = O_i$.

3) Con O_{i+1} , de la ec 3.128 se obtiene V_{i+1} .

4) A partir de la curva elevaciones-capacidades, con V_{i+1} se encuentra la elevación E_{i+1} .

5) Con E_{i+1} se entra a la curva elevaciones-gastos de salida y se calcula O_{i+1} .

6) Se compara el valor de O_{i+1} del paso 5 con el supuesto en el paso 2, si son aproximadamente iguales se ha encontrado el valor correcto de O_{i+1} y se va al paso 7. Si no son iguales, con el valor de O_{i+1}, calculado en el paso 5, se repite el proceso desde el paso 3.

7) Si interesan las condiciones para el siguiente tiempo se considera

$$I_{i+1}= I_i; \qquad O_{i+1}= O_i; \qquad V_{i+1}= V_i$$

y se va al paso 1. De otro modo, termina el cálculo del tránsito.
Se recomienda que el error relativo entre dos valores consecutivos de O_{i+1} sea menor del 10%.
Independientemente de usar cualquiera de los dos métodos mencionados, conviene dibujar el hidrograma de entradas y el de salidas; el área que quede comprendida entre los hidrogramas corresponde al máximo volumen que se almacena en la presa en determinado momento, este volumen se llama de regulación. Por otro lado, el valor más grande de O_{i+1} lleva asociada la máxima elevación del agua que se alcanza dentro del vaso. Cuando se transita la avenida de diseño a esa elevación se le designa con el nombre de NAME (nivel de aguas máximo extraordinario).

3.6.3 Tránsito de avenidas en cauces

El procedimiento hidrológico más usado para transitar avenidas en tramos de cauce es el desarrollado por McCarthy (1938) conocido como método de Muskingum. El método usa una relación algebráica lineal entre el almacenamiento, las entradas y las salidas junto con dos parámetros K y X.
Se considera que el almacenamiento total en el tramo del río es directamente proporcional al promedio pesado de los gastos de entrada y salida del tramo, es decir

$$V = K\,[XI + (1 - X)\,O] \qquad (3.129)$$

donde K es la constante de proporcionalidad, llamada de tiempo de almacenamiento, expresada en unidades de tiempo y, X es el factor de peso. En la fig 3.34 se presenta una representación gráfica que justifica la ecuación anterior.
Al aplicar la ec 3.129 para los tiempos

$$t_i = i\,\Delta t = t_1 \quad y \quad t_{i+1} = (i+1)\Delta t = t_2$$

se tiene

$$\Delta V = V_2 - V_1 = K[X(I_2 - I_1) + (1-X)(O_2 - O_1)] \qquad (3.130)$$

Usando lo mismo para la ecuación de continuidad, ver ec 3.127, se llega a

$$\frac{1}{2}(I_1 + I_2)\Delta t - \frac{1}{2}(O_1 + O_2)\Delta t = V_2 - V_1 = \Delta V \qquad (3.131)$$

Si se sustituye en esta última ecuación el valor de ΔV, dado por la 3.130, se encuentra que

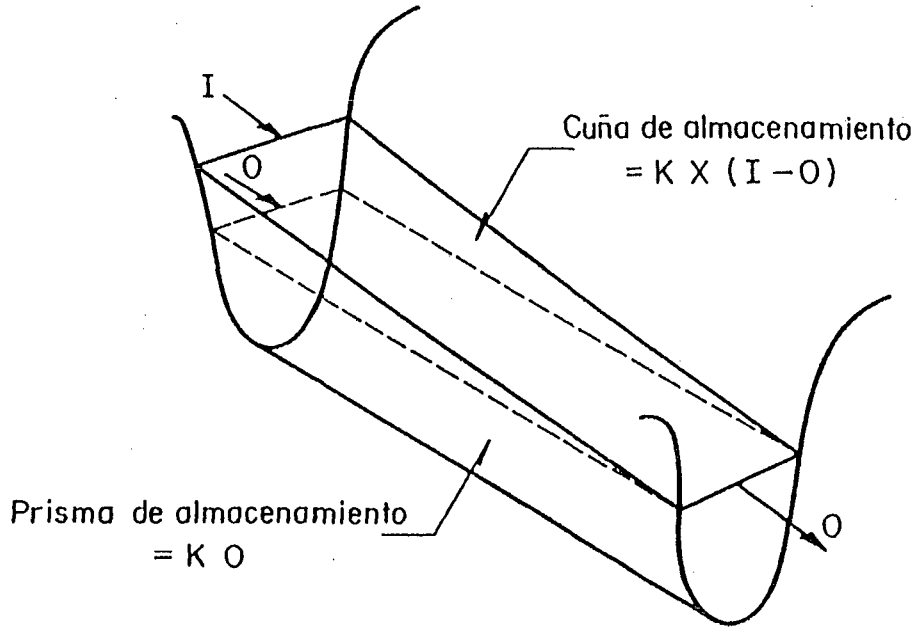


Fig 3.34 Relación entre el volumen y los gastos de entrada y salida

$$O_2 = C_0 I_2 + C_1 I_1 + C_2 O_1 \qquad (3.132)$$

donde

$$C_0 = \frac{-KX + 0.5\,\Delta t}{K - KX + 0.5\Delta t} \qquad (3.133)$$

$$C_1 = \frac{KX + 0.5\,\Delta t}{K - KX + 0.5\Delta t} \qquad (3.134)$$

$$C_2 = \frac{K - KX + 0.5\,\Delta t}{K - KX + 0.5\Delta t} \qquad (3.135)$$

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1.0 \qquad (3.136)$$

El factor de peso X es el que toma en cuenta la influencia de la entrada y la salida en el tramo en estudio.

3.6.3.1 Obtención de los parámetros K y X

Existen diferentes métodos para conocer el valor de K y X, a continuación se describen algunos de ellos.

a) Con información escasa

Cuando no se tienen datos suficientes X se toma entre 0 y 0.3 y K se hace igual al tiempo entre los gastos de pico de los hidrogramas de entrada y de salida del tramo de río o bien se estima, según Linsley et al (1975), a partir de

$$K \cong 0.014 \frac{L^{1.6}}{H^{0.6}} \qquad (3.137)$$

donde

H desnivel entre las dos secciones de los extremos del tramo del río, en km

L longitud del tramo del río, en km

b) Método de calibración tradicional

Es aplicable cuando se dispone de una avenida que haya sido medida (aforada) en los extremos del tramo de interés del río. El procedimiento de calibración es el siguiente

1) Se divide el hidrograma de entrada y salida en intervalos de tiempo Δt, a partir de un tiempo inicial común.

2) Se calcula el almacenamiento promedio con la ecuación

$$V_2=\left(\frac{I_1 + I_2}{2}-\frac{O_1 + O_2}{2}\right)\Delta t+V_1=(\bar{I}-\bar{O})\Delta t+V_1 \qquad (3.138)$$

3) Se supone un valor de X

4) Se calcula Y con

$$Y = X\ I + (I - X)\ O \qquad (3.139)$$

5) Se dibujan los valores de V_2 (paso 2) y los de Y (paso 4), para la X supuesta, ver fig 3.35.

6) Se observa si los puntos se ajustan a una recta, en caso afirmativo se continúa en el paso 7, si no es así, se supone otra X y se regresa al paso 3.

7) Una vez seleccionado el valor adecuado de X, la constante K resulta

ser igual a la pendiente de la recta de ajuste, ver fig 3.35 .

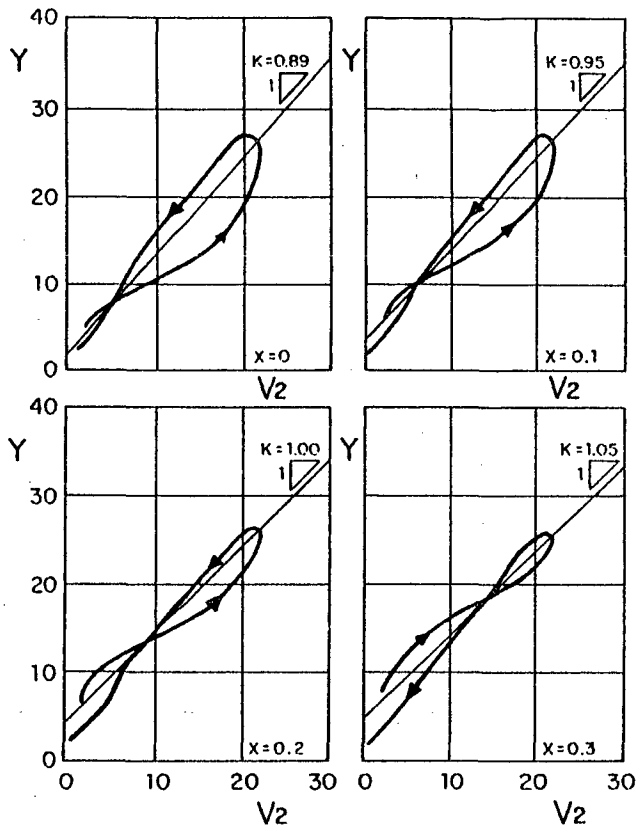


Fig 3.35 Calibración de X, método tradicional

c) Método de calibración de Overton

Se usa cuando se conoce el gasto pico y el tiempo en que se presenta éste para los hidrogramas de entrada y de salida en el tramo del río. Para encontrar los parámetros K y X Overton deduce dos expresiones suponiendo que el hidrograma de entrada tiene la forma de un triángulo isósceles y que K es menor al tiempo pico de este hidrograma (Viessman, 1977). Tales expresiones son

$$K = 1.41(T_p - t_p) \qquad (3.140)$$

$$X = 0.71 \quad \frac{t_p}{K}\left(\frac{I_p - O_p}{I_p}\right) \qquad (3.141)$$

donde

t_p tiempo de pico del hidrograma de entrada al tramo del río
T_p tiempo de pico del hidrograma de salida del tramo del río
I_p gasto pico del hidrograma de entrada al tramo del río
O_p gasto pico del hidrograma de salida del tramo del río

3.6.3.2 Aplicación del método de Muskingum

Para transitar un hidrograma, conocidos K y X, se hace lo siguiente
1) Se calculan las constantes C_o, C_1, y C_2 (ecs 3.133 a 3.135).
2) Se conoce I_1 y O_1.
3) Se considera el gasto de entrada I_2 en el tiempo siguiente.
4) El gasto de salida se obtiene con la ecuación siguiente

$$O_2 = C_o\, I_2 + C_1\, I_1 + C_2\, O_1 \qquad (3.142)$$

5) Los valores de I_2 y de O_2 se toman como I_1 y O_1 y se repite el procedimiento desde el paso 3.
Según Chow (1964) el intervalo de tiempo Δt que se debe usar para realizar el tránsito debe estar comprendido entre 2Kx y K ya que si no se respetan estos límites se pueden tener errores de aproximación importantes en los resultados.

3.6.4 Tránsito de avenidas en llanuras de inundación

Las ciudades y las zonas agrícolas y ganaderas, generalmente, están localizadas cerca de los ríos para disponer del agua. Sin embargo, en regiones con alta precipitación como es el caso, por ejemplo, de las cuencas del río Papaloapan y Pánuco, es frecuente que se presenten inundaciones. Para protegerse contra el efecto nocivo de éstas se construyen obras de protección de tipo local, lo cual no ayuda a resolver los problemas sino más bien los cambia de lugar. Para resolver esto se recomienda que la solución que se considere más factible sea del tipo integral, es decir, para toda la zona, ver cap 15 de este Manual.
Para llevar a cabo lo anterior se pueden usar modelos físicos o

matemáticos que permitan conocer el movimiento del agua cuando se presenta una avenida tanto en el cauce de los ríos como en la planicie. En estos modelos se incluye a las posibles obras que pretenden disminuir o evitar totalmente la inundación, entre ellas, destacan los bordos, cauces de alivio, etc.

Para que sean confiables los resultados se requiere calibrar los modelos numéricos con mediciones de campo o laboratorio.

El fenómeno de la inundación consiste en lo siguiente: una onda de avenida se forma en la parte alta de la cuenca y se propaga hacia aguas abajo. En la zona donde el río disminuye su capacidad de conducción del agua (por ejemplo, porque la pendiente es baja) la sección del río se hace insuficiente, ello ocasiona que el agua en exceso se desborde por las orillas formándose de esta manera la llanura o planicie de inundación.

El tránsito de avenidas en llanuras de inundación es del tipo hidráulico descrito en el inicio de este capítulo, por lo que se requiere de métodos numéricos para resolver las ecuaciones diferenciales que gobiernan el fenómeno. En el cap 6 de este Manual se encuentra una descripción detallada de lo mencionado.

3.7 RECOMENDACIONES PARA CASOS PARTICULARES

Cuando se desea llevar a cabo un estudio hidrológico, por ejemplo, para definir una tormenta de diseño, y no se dispone de información suficiente para hacerlo se pueden presentar varios tipos de solución al problema, a continuación se describen algunos de ellos.

a) Determinación de un dato faltante de lluvia cuando se tiene una tormenta desfavorable que se desea analizar

Para este problema se puede recurrir a los criterios tradicionales expuestos, por ejemplo, en Springall (abril 1970).

Sin embargo, para aplicar estos métodos se requiere del conocimiento de la precipitación media anual registrada, tanto en la estación donde se desea determinar el dato, como en tres adyacentes a ella, además del valor de la lluvia en todas ellas en la fecha en que se desea conocer el dato.

Otros autores como Wilson (1974), sugieren usar el promedio aritmético calculado con los valores de al menos tres estaciones adyacentes a las que se esta estudiando.

Otra manera consiste en dibujar el plano de isoyetas para la duración total de la tormenta, usando para ello toda la información disponible

en la cuenca, y con base en él se extrapola el dato faltante para la estación de interés. Este procedimiento es útil ya que permite tomar en cuenta los datos medidos tanto en pluviómetros como en pluviógrafos.

b) Curvas masa de precipitación

Al resolver el problema mencionado en a) sólo se obtiene un valor en el tiempo, sin embargo, en ocasiones se necesita definir toda la curva masa. Para ello se recurre al procedimiento propuesto por Wilson (1974), el cual consiste básicamente en disponer de la curva masa de precipitación de la estación más cercana a la que falta , a la primera se le llama auxiliar; para la duración total de la tormenta se calcula un factor de ajuste que es igual al cociente de la precipitación medida o estimada en la estación que carece de la curva entre la registrada en la estación auxiliar, luego cada una de las ordenadas de la curva masa conocida se multiplican por este factor, quedando de esta manera estimada la curva masa de precipitación.

Otros autores sugieren utilizar una curva masa promedio obtenida con tres estaciones adyacentes y tomar ésta como la auxiliar y repetir lo mencionado.

c) Análisis para zonas áridas donde la lluvia que se presenta es producida por ciclones

En este caso se plantea que se tiene un grupo de estaciones pluviométricas y pluviográficas en la cuenca, pero en la zona de interés no se dispone de ninguna de ellas, y se desea determinar la tormenta de diseño. Para resolver este problema se procede de la manera siguiente

c.1) Análisis de pluviómetros

1. Para cada estación de este tipo se obtiene la precipitación máxima anual registrada en 24 h.
2. A los datos anteriores se les identifica la función de distribución de probabilidad que mejor los represente, en este caso si se tienen ciclones se requiere una que considere a dos poblaciones.
3. Con ayuda de la función de distribución de probabilidad seleccionada se calculan valores de lluvia para diferentes periodos de retorno.
4. Se dibujan planos de isoyetas para los diferentes periodos de retorno y se comparan con el que corresponde a las isoyetas medias anuales, esto se hace con la finalidad de ver si existe semejanza entre ellas ya que ello ayuda a que se pueda comprobar para otras tormentas que la forma de las isoyetas sigue la misma tendencia.

c.2) Análisis de pluviógrafos

En general, se dispone de pocos aparatos de este tipo y la mayor parte

de las veces solo hay uno para toda la cuenca.

1. Para cada registro que se tenga, medido en condiciones severas de tormenta , se buscan diferentes porcentajes de lluvia con respecto a la total así como la duración que tiene asignado cada uno de ellos, que también se expresa como porcentaje.

2. Los valores de lluvia calculados en el inciso 1 y su correspondiente duración se comparan con los máximos registrados en el mundo, esto se puede hacer con ayuda de la fig 3.36 (ver Raudkivi, 1979). Si los valores quedan por debajo de la envolvente mundial puede considerarse que los valores medidos son confiables, en caso contrario hay que analizar más detalladamente la información.

3. Se escoge la duración que tenga contenida, por ejemplo, el 90% de la lluvia total.

4. Con la duración obtenida se buscan los valores máximos anuales de la lluvia correspondiente y se hace un análisis estadístico con ellos, es decir se encuentra cual es la función de distribución de probabilidad que mejor se les ajusta.

5. Se calcula el porcentaje que representa la lluvia obtenida para la duración parcial con respecto a la de 24 h y se calcula el promedio de los valores, esto se hace para periodos de retorno comunes. Con base a los resultados se puede decir si existe una dependencia entre el porcentaje y el periodo de retorno, lo anterior se puede comprobar al observar que no existe una diferencia grande entre los diferentes porcentajes al compararlos entre si.

6. Para cada uno de los registros de los pluviógrafos se calcula el valor máximo de lluvia para diferentes intervalos de tiempo y luego se presenta como un porcentaje de la lluvia total. La duración que les corresponde también se expresa como porcentaje de la duración total de 24 h. Para cada uno de los porcentajes de duración se hace un promedio aritmético de los porcentajes de lluvia obtenidos para todas las estaciones.

7. Con los datos de los porcentajes de duración y lluvia se dibuja una curva que los relacione. El Weather Bureau (1957) propone usar una curva, ver fig 3.37, que fue obtenida para tormentas tropicales, semejante a la dibujada la cual debe ajustarse para porcentajes de lluvias máximas. Se hace una comparación entre la curva calculada y la propuesta lo que normalmente ocurre es que son semejantes.

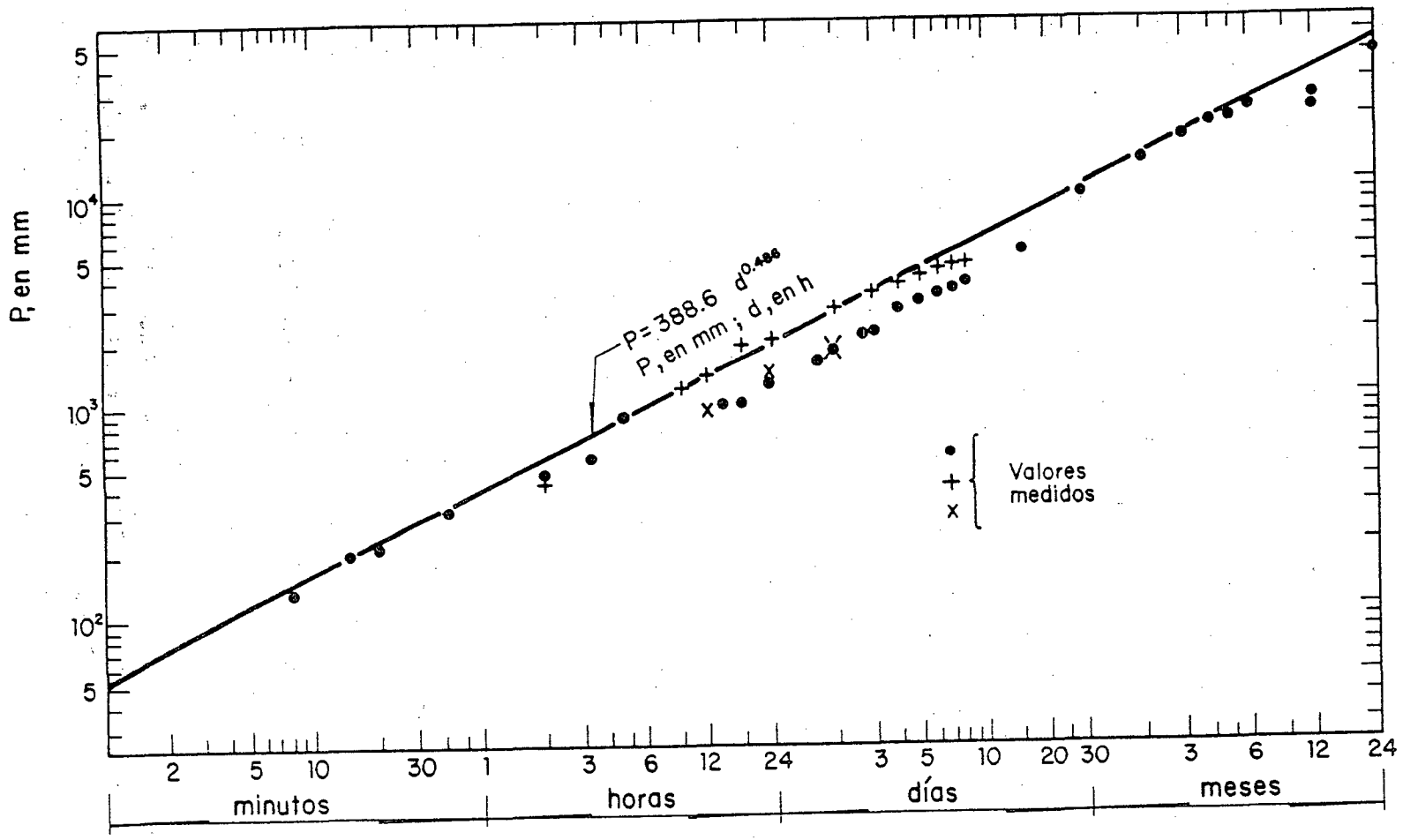


Fig 3.36 Envolvente mundial de los valores máximos de lluvia, Raudkivi (1979)

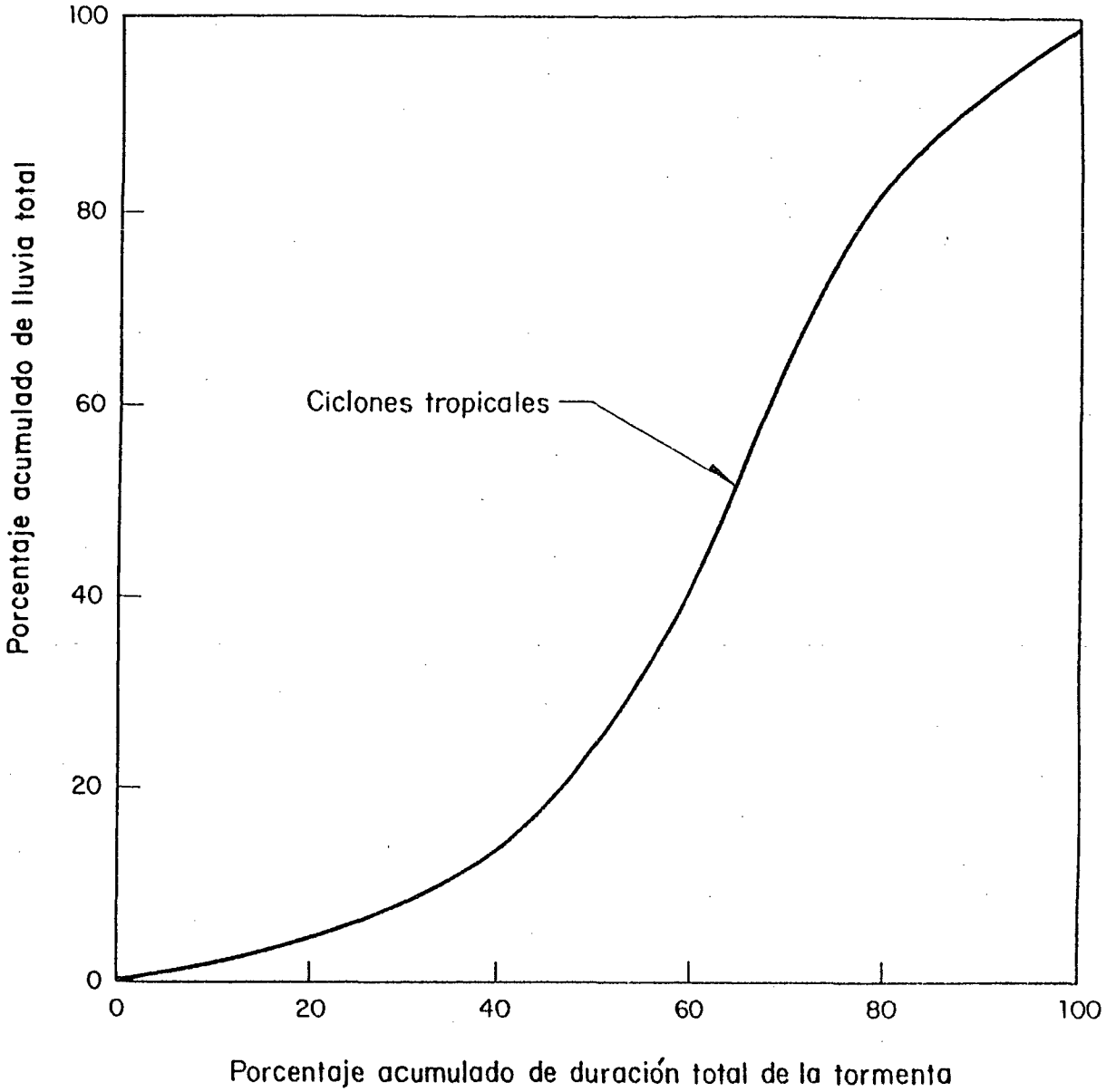


Fig 3.37 Porcentajes típicos de distribución de curvas masas de lluvias para diferentes alturas de precipitación y características de tormentas, según el U.S. Weather Bureau (1957)

8. Se dibujan en la figura comentada en 7 los datos calculados en el paso 5, es decir, el promedio de los porcentajes de lluvia. Si los puntos quedan por arriba de las curvas mencionadas en 7 se dibuja una curva paralela a ellas que pasa por los puntos, lo cual servirá para obtener la tormenta de diseño, la cual tendrá asignado un periodo de retorno y a la vez se tienen valores más conservadores del porcentaje de lluvia.

Por el contrario, si los puntos estan por debajo de las curvas se usan éstas para definir la tormenta con la característica de que no se le asigna ningún periodo de retorno, es decir, los valores de la tormenta son independientes de éste.

9. Una vez obtenidas las curvas para calcular la tormenta de diseño, se procede de la manera siguiente

. Se escoge un periodo de retorno en función de la importancia de la obra.

. Con el plano de isoyetas que tiene asignado el T_r escogido y una d = 24 h se calcula la lluvia total.

. Con la lluvia total y el número de escurrimiento N se calcula la lluvia efectiva, ver 3.3.5.

. Se calcula la duración de la lluvia, ver 3.3.4.

. Se calcula el porcentaje de duración de la lluvia con respecto a la de 24 h

. Con el porcentaje de duración y la figura obtenida en el paso 8, se elige la curva que corresponda al T_r seleccionado, se calcula el porcentaje de lluvia.

. Se multiplica la lluvia efectiva por el porcentaje de lluvia, obteniéndose la lluvia efectiva de diseño.

d) Se cuenta con pluviógrafo y pluviómetro cerca de la zona de estudio

En este caso se plantea la situación de determinar la tormenta de diseño con dos estaciones que tienen las características mencionadas.

1. La estación pluviográfica se toma como estación base.

2. Se hace un análisis de lluvias máximas en 24 h para ambas estaciones, es decir, se busca la función de distribución de probabilidad que mejor se ajusta a los datos.

3. Como en la estación pluviográfica se cuenta con datos de intensidad máxima para diferentes duraciones se procede a hacer dos tipos de análisis con ella, uno consiste en calcular las curvas intensidad-duración- periodo de retorno y el otro en ajustar, para cada duración, una función de distribución de probabilidad.

Si la dispersión de los datos es muy grande al compararlos con las

curvas i-d-Tr ajustadas, se debe usar el segundo procedimiento.
4. Se selecciona el periodo de retorno.
5. Con el periodo de retorno seleccionado se calcula el valor de la lluvia para diferentes duraciones usando la curva de ajuste seleccionada en el paso 3, con lo cual se define la curva masa de precipitación en la estación pluviográfica.
6. Si la estación pluviográfica está cerca de la cuenca se toma tal cual la curva calculada en el paso 5, y ella se considera como la de diseño. Por el contrario, si la que está más cercana es la pluviométrica se procede de la manera siguiente
- Para el periodo de retorno escogido se calcula la lluvia máxima en 24 h para las dos estaciones.
- Se calcula un factor de ajuste dividiendo el valor de la lluvia máxima en 24 h de la estación pluviométrica entre el correspondiente de la pluviográfica.
- Las ordenadas de la curva masa, obtenida en el paso 5, se multiplican por el factor de ajuste, y el resultado será la curva masa de diseño.

e) Método de regionalización

En algunas regiones de la República Mexicana se han establecido ecuaciones de tipo empírico para determinar ya sea la lluvia o los gastos, ellas fueron deducidas usando toda la información recabada en la región. Así, por ejemplo, para lluvias se dispone de curvas altura de precipitación-área-duración las cuales pueden consultarse en Springall (1978), para gastos en la cuenca del río Papaloapan se recomienda usar el trabajo de Domínguez (1981) o para toda la república mexicana se cuenta con la regionalización propuesta por la S.A.R.H. (1975).

3.8 APLICACIONES

Se presentan en este subcapítulo varios ejemplos que muestran como se aplican los conceptos tratados en este capítulo.

3.8.1 Ejemplo 1 Curvas intensidad-duración-periodo de retorno

A partir de los datos de intensidades máximas que se muestran en la tabla 3.17 para la estación Acayucan, obtener las curvas intensidad-duración-periodo de retorno.

Solución

1) Se ordenan los valores de intensidades máximas de mayor a menor y se les asigna un número de orden, m, ver tabla 3.17

2) El periodo de retorno para cada intensidad se obtiene aplicando la ec 3.2

$$Tr = \frac{n+1}{m} = \frac{23 + 1}{m} = \frac{24}{m}$$

Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 3.17.
Para obtener las curvas i-d-Tr se usa la ec 3.9.
3) Los parámetros A_0, A_1 y A_2, que aparecen en la ec 3.11, se calculan con ayuda del sistema de ecuaciones 3.12 formado con los datos. En él se considera que

$$\sum y = \sum \log i, \quad \sum x_1 = \sum \log Tr, \quad \sum x_2 = \sum \log d$$

$$\sum x_1 y = \sum (\log Tr)(\log i), \quad \sum x_1^2 = \sum (\log Tr)^2,$$

$$\sum x_1 x_2 = \sum (\log Tr)(\log d)$$

$$\sum x_2 y = \sum (\log d)(\log i), \quad \sum x_2^2 = \sum (\log d)^2 , \quad N = 230$$

4) Después de realizar los cálculos de las sumas involucradas se tiene que el sistema de ecuaciones es igual a

$$395.97 = 230 \; A_o + 93.32 \; A_1 + 345.36 \; A_2$$

$$170.76 = 93.32 \; A_o + 66.21 \; A_1 + 140.13 \; A_2$$

$$570.55 = 345.36 \; A_o + 140.13 \; A_1 + 561.65 \; A_2$$

5) La solución de las incógnitas del sistema es $A_0 = 2.415$, $A_1 = 0.356$, y $A_2 = - 0.558$, por lo que los parámetros de la ec 3.9 son

$$k = \text{antilog } A_0 = 259.923; \quad h = A_1 = 0.356; \quad b = -A2 = 0.558$$

6) Con los datos anteriores la ecuación de las curvas de intensidad-duración-periodo de retorno resulta ser igual a

$$i = \frac{k \; Tr^d}{d^b} = \frac{259.923 \; Tr^{0.356}}{d^{0.558}} \qquad (3.143)$$

A fin de presentar en forma gráfica algunas de estas curvas, se han elegido los periodos de retorno de 24, 4, 1.5, 1.04 años. Los valores obtenidos se muestran en la tabla 3.18 y ellos se han dibujado en papel doble logarítmico, ver fig 3.38.

TABLA 3.17 Datos de intensidades máximas registradas en la estación climatológica Acayucan, Ver.

		duración, en min									
m	Tr, en años	5	10	15	20	30	40	60	80	100	120
1	24.0	216	153	141.6	132.6	101	87.8	71.3	54.8	51.2	50
2	12.0	206.4	150	116	112	88	73.2	63.0	54.4	49.7	41.5
3	8.0	192	134.4	114	102	85	72.4	61.0	50.6	42.4	35.7
4	6.0	180	132	108	99	74	68.5	50.5	48.8	40.6	34.5
5	4.8	151.2	123.6	108	87	72.6	67.2	58.4	47.6	38.6	33.8
6	4.0	141.6	120	106.4	84.9	72	65.3	57.8	43.7	36.3	30.3
7	3.428571	138.0	120	96.8	83.1	71	63.8	53.3	40.7	32.8	28.2
8	3.0	136.8	120	90	82.5	70	62.3	47.3	38.3	32.6	27.2
9	2.666667	135.6	114.6	90	82.5	66.8	52.4	43.5	35.5	28.8	27
10	2.4	132	108	88.8	79.8	63	47.3	41.5	35.2	28.4	25.5
11	2.181818	129.6	104.4	88.4	75.0	62.8	47.2	40.9	32.5	28.1	25
12	2.0	123.6	102.6	84.4	74.4	62.4	46.7	39.2	31.2	27.0	23.7
13	1.846154	120	102	82	72.6	62.0	46.6	39	30.9	25.4	21.3
14	1.714286	120	102	80.4	71.7	54.8	44.0	36.5	30.7	24.2	20.5
15	1.6	120	94.8	80	66	51.8	39.0	30.4	25.5	22.7	19.8
16	1.5	120	90.0	78	64.8	50.2	37.6	29.8	24.2	22.7	18.9
17	1.411765	120	83.4	72	64.5	49	37.5	28.6	22.8	20.2	18
18	1.333333	120	81	69.6	60	48.2	36.7	28.6	22.7	20.0	17.3
19	1.263158	120	72	67.2	58.5	48	34.5	27.8	22.4	18.5	15.9
20	1.2	115.2	70.8	65.6	57	42	34.3	26.2	21.6	18.3	15.6
21	1.142857	114	70.2	63.2	54.3	41	33.8	24.3	21.4	17.6	15.2
22	1.090909	86.4	63	56	49.5	39.2	29.4	22.5	16.9	13.5	11.3
23	1.043478	72	60	43.6	32.7	34	27.9	19.6	14.7	11.8	9.8

TABLA 3.18 Curvas intensidad-duración-periodo de retorno, calculadas con la ec 3.143

Tr, en años \ d, en min	5	10	20	40	80	100	120
24.0	328.5	223.1	151.6	103.0	69.9	61.8	55.8
4.0	173.5	117.9	80.1	54.4	36.9	32.6	29.5
1.5	122.4	83.1	56.5	38.4	26.1	23.0	20.8
1.04	107.5	73.0	49.6	33.7	22.9	20.2	18.3

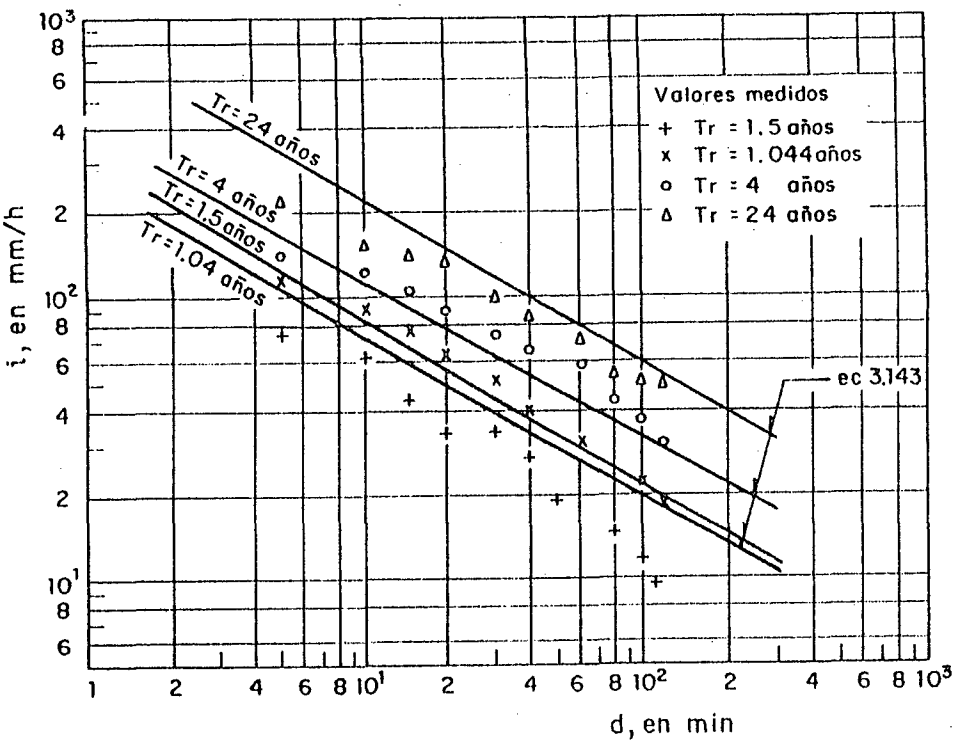


Fig 3.38 Curva intensidad-duración-periodo de retorno

3.8.2 Ejemplo 2 Curvas altura de precipitación-área-duración

Obtenga las curvas precipitación-área-duración a partir de la información (Springall, 1970) resumida en las tablas 3.19 y 3.20 y de las figs 3.39 a 3.41.

Solución:

1) El cálculo comienza con la isoyeta de mayor valor. La información presentada en la tabla 3.20 columnas 1, 7 y 2, se vacía en las tres primeras columnas de la tabla 3.21.

2) Se calcula el porcentaje de influencia de las estaciones al superponer los planos que contienen las isoyetas y los polígonos de Thiessen, al dividir el área del polígono cubierta por la isoyeta correspondiente entre el área total encerrada, A_i ver fig 3.41a. Esto se hace para cada estación que tenga influencia en esa área, columna 5 de la tabla 3.21.

3) Se calcula la precipitación media con el método de Thiessen, ver columna 6 de la tabla 3.21, al multiplicar los valores de la altura de precipitación de la tabla 3.19 por el porcentaje de influencia calculado en el paso 2 (columna 5 de la tabla 3.21).

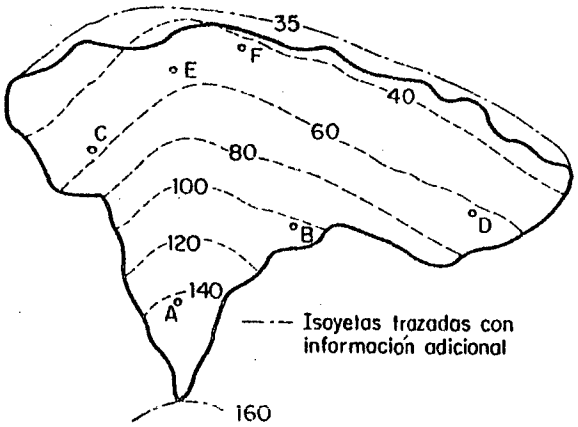


Fig 3.39 Plano de isoyetas (Springall, 1970)

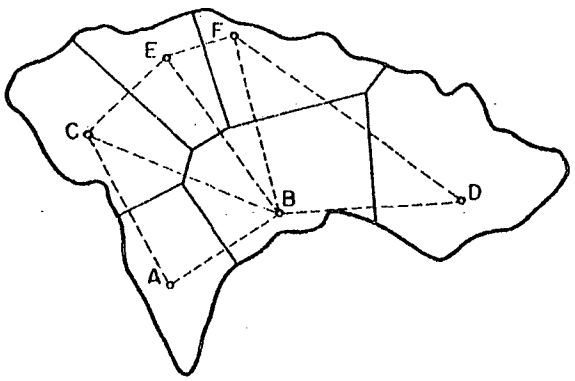


Fig 3.40 Polígonos de Thiessen (Springall, 1970)

TABLA 3.19 Datos de precipitación para aplicar el método de los polígonos de Thiessen

Estación	altura de precipitación, en mm	área del polígono de Thiessen, en km^2
A	144	887
B	102	1494
C	54	1244
D	64	1888
E	53	837
F	43	995

TABLA 3.20 Valores de la precipitación media y área para el plano de isoyetas de la fig 4.2

(1) Isoyeta	(2) Área encerrada, A_t, en km^2	(3) Área parcial, en km^2	(4) Precipitación media, Pm entre isoyetas, en mm	(5) (3)x(4)	(6) Incremento acumulado	(7) Pm, en mm (6)÷(2)
140	335	335	150	50250	50250	150.0
120	732	397	130	51610	101860	139.2
100	1334	602	110	66220	168080	126.0
80	2476	1142	90	102780	270860	109.4
60	4143	1667	70	116690	387550	93.5
40	6546	2403	50	120150	507700	77.6
35	7345	799	37.5	29963	537663	73.2

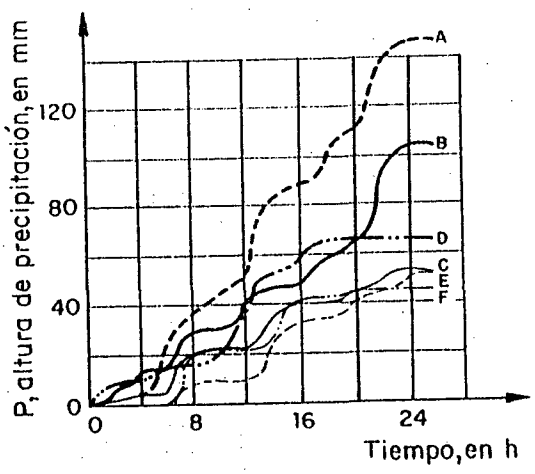
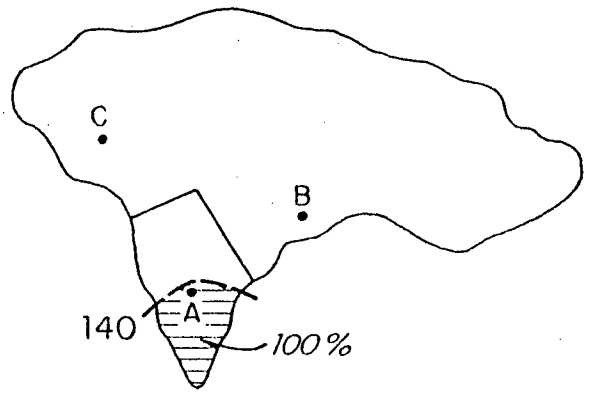
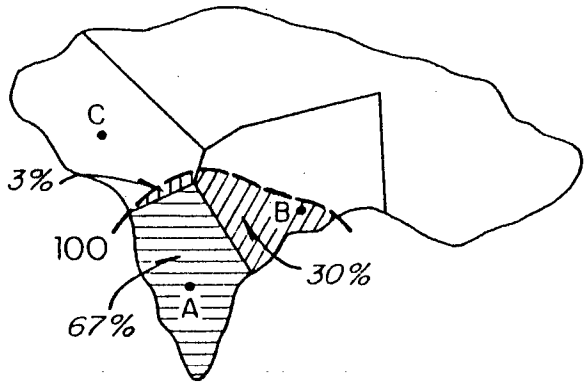


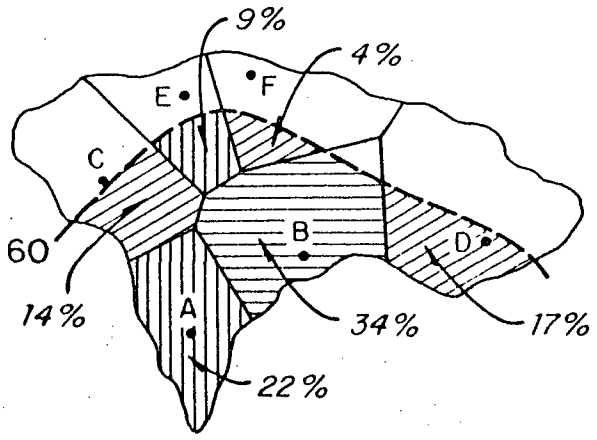
Fig 3.41 Curvas masa de los pluviógrafos (Springall, 1970)



Isoyeta envolvente 140



Isoyeta envolvente 100



Isoyeta envolvente 60

Fig 3.41a Estaciones que quedan comprendidas dentro de las isoyetas 60, 100 y 140, respectivamente, superponiendo el plano de polígonos de Thiessen

TABLA 3.21 Valores de altura de precipitación-área-duración

Isoyeta envolvente (1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	Duración, en h (8)			
Isoyeta	P_m, en mm	A, en km^2	Estación	Porcentaje de influencia, en %	Método de Thiessen, en mm	FA (2)÷(6)	6	12	18	24
140	150	335	A	100	144.0	1.042	23.0	49.0	97.0	144.0
			CMM				23.0	49.0	97.0	144.0
			CMMA				24.0	51.0	101.0	105.0
120	139.2	732	A	95			23.0	49.0	97.0	144.0
			B	5	141.9	0.981	15.0	40.0	57.0	102.0
			CMM				22.6	48.6	95.0	141.9
			CMMA				22.2	47.7	93.2	139.2
100	126.0	1334	A	67			23.0	49.0	97.0	144.0
			B	30			15.0	40.0	57.0	102.0
			C	3	128.7	0.979	5.0	22.0	40.0	54.0
			CMM				20.1	45.5	83.3	128.7
			CMMA				19.7	44.5	81.6	126.0
80	109.4	2476	A	36			23.0	49.0	97.0	144.0
			B	41			15.0	40.0	57.0	102.0
			C	13			5.0	22.0	40.0	54.0
			D	8			14.0	32.0	63.0	64.0
			E	2	106.9	1.024	0.0	9.0	38.0	53.0
			CMM				16.3	39.6	69.3	106.9
			CMMA				16.7	40.5	70.9	109.4
60	93.5	4143	A	22			23.0	49.0	97.0	144.0
			B	34			15.0	40.0	57.0	102.0
			C	14			5.0	22.0	40.0	54.0
			D	17			14.0	32.0	63.0	64.0
			E	9			0.0	9.0	38.0	53.0
			F	4	91.3	1.024	0.0	21.0	43.0	43.0
			CMM				13.2	34.6	62.2	91.3
			CMMA				13.5	35.4	63.7	93.5

TABLA 3.21 Valores de altura de precipitación-área-duración (Continuación)

Isoyeta envolvente (1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	Duración, en h (8)			
Isoyeta	P_m, en mm	A, en km^2	Estación	Porcentaje de influencia, en %	Método de Thiessen, en mm	FA (2)÷(6)	6	12	18	24
40	77.6	6546	A	14			23.0	49.0	97.0	144.0
			B	23			15.0	40.0	57.0	102.0
			C	15			5.0	22.0	40.0	54.0
			D	24			14.0	32.0	63.0	64.0
			E	11			0.0	9.0	38.0	53.0
			F	13	78.5	0.989	0.0	21.0	43.0	43.0
			CMM				10.8	30.8	57.6	78.5
			CMMA				10.7	30.4	56.9	77.6
35	73.2	7345	A	12			23.0	49.0	97.0	144.0
			B	20			15.0	40.0	57.0	102.0
			C	17			5.0	22.0	40.0	54.0
			D	26			14.0	32.0	63.0	64.0
			E	11			0.0	9.0	38.0	53.0
			F	14	75.4	0.971	0.0	21.0	43.0	43.0
			CMM				10.3	29.9	56.4	75.4
			CMMA				10.0	29.0	54.8	73.2
		25	Registro más desfavorable en una estación				48.0	94.0	136.0	144.0

4) Se obtiene la altura de precipitación, en este caso para intervalos de 6 h, de la fig 3.41 para cada estación, ver columna 8 de la tabla 3.21.

5) Se encuentra la curva masa media (CMM) al sumar las alturas de precipitación para cada intervalo multiplicadas por el porcentaje de influencia de cada estación.

6) Se calcula el factor de ajuste (FA) dividiendo la altura de precipitación media (P_m), obtenida con el método de las isoyetas, entre la obtenida con el método de los polígonos de Thiessen (inciso 3), el resultado aparece en las columnas 2 y 3 de la tabla 3.21.

7) Se calcula la curva masa media ajustada (CMMA) al multiplicar el factor de ajuste (FA) por los valores de la curva de masa media (CMM) obtenidos en el punto 6.

8) Se obtienen las relaciones de altura de precipitación máxima. Para

esto se procede de la manera siguiente

8.1) Calcular el incremento ajustado de precipitación (IA). Por ejemplo, para el caso de la isoyeta 60

entre las 0 h y las 6 h $\Delta P = 13.5 - 0.0 = 13.5$ mm

entre las 6 h y las 12 h $\Delta P = 35.4 - 13.5 = 21.9$ mm

entre las 12 h y las 18 h $\Delta P = 63.7 - 35.4 = 28.3$ mm

entre las 18 h y las 24 h $\Delta P = 93.5 - 63.7 = 29.8$ mm

8.2) Se ordenan estos incrementos (IA) de mayor a menor, independientemente de la hora, siempre y cuando, se respete que el intervalo de tiempo entre un intervalo y otro sea adyacente, ver tabla 3.21. Por ejemplo, supóngase que para la isoyeta 60 los incrementos para intervalos de 6 h hubieran sido 21.9, 13.5, 28.3 y 29.8, el incremento máximo a una duración de 18 h sería igual a la suma de 29.8 + 28.3 + 13.5 = 71.6 mm y no la suma de 29.8 + 28.3 + 21.9 = 80.0 mm, ya que no se estaría cumpliendo con el intervalo de tiempo adyacente.

8.3) Se calcula la precipitación máxima (PMD) para cada duración acumulando los valores del paso 8.2; por ejemplo, para la misma isoyeta 60, se tiene que

Para 6 h PMD = 29.8 mm

Para 12 h PMD = 29.8 + 28.3 = 58.1 mm

Para 18 h PMD = 29.8 + 28.3 + 21.9 = 80.0 mm

Para 24 h PMD = 29.8 + 28.3 + 21.9 + 13.5 = 93.5 mm

Los cálculos realizados se encuentran en la tabla 3.22, los datos que aparecen en ella (A, d y PMD) se dibujan en papel semilogarítmico y luego se traza una curva envolvente a ellos para duraciones comunes, estas envolventes corresponden a las curvas altura de precipitación-área-duración, las cuales se muestran en la fig 3.42 .

TABLA 3.22 Valores de altura de precipitación máxima-área-duración

Isoyeta envolvente			Descripción	Duración, en h			
Isoyeta	Pm, en mm	A, en km^2		6	12	18	24
140	150.0	335	IA IAO PMD	24.0 50.0 50.0	27.0 49.0 99.0	50.0 27.0 126.0	49.0 24.0 150.0
120	139.2	732	IA IAO PMD	22.2 46.0 46.0	25.5 45.5 91.5	45.5 25.5 117.0	46.0 22.2 139.2
100	126.0	1334	IA IAO PMD	19.7 44.4 44.4	24.8 37.1 81.5	37.1 24.8 106.3	44.4 19.7 126.0
80	109.4	2476	IA IAO PMD	16.7 38.5 38.5	23.8 30.4 68.9	30.4 23.8 92.7	38.5 16.7 109.4
60	93.5	4143	IA IAO PMD	13.5 29.8 29.8	21.9 28.3 58.1	28.3 21.9 80.0	29.8 13.5 93.5
40	77.6	6546	IA IAO PMD	10.7 26.5 26.5	19.7 20.7 47.2	26.5 19.7 66.9	20.7 10.7 77.6
35	73.2	7345	IA IAO PMD	10.0 25.8 25.8	19.0 19.0 44.8	25.8 18.4 63.2	18.4 10.0 73.2
		25	Registro más desfavorable	48.0	94.0	136.0	144.0

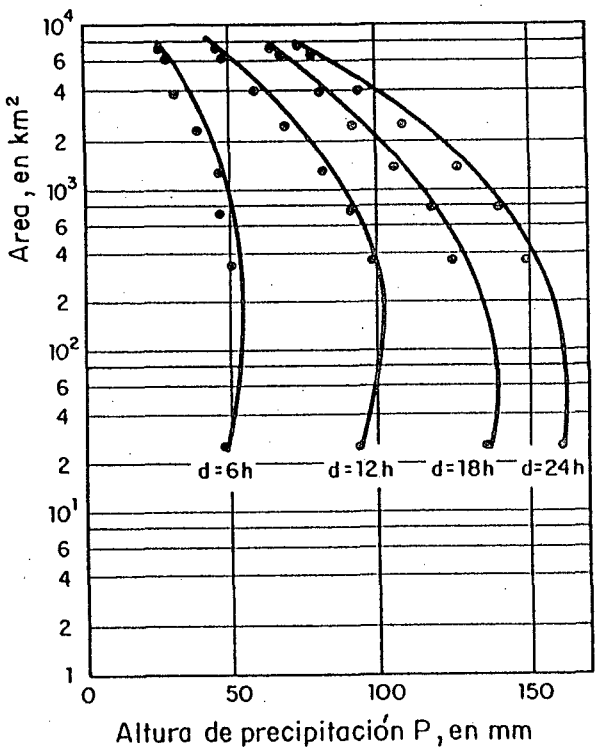


Fig 3.42 Curvas altura precipitación-área-duración (Springall, 1970)

3.8.3 Ejemplo 3 Cálculo del periodo de retorno

Calcular el periodo de retorno para diseñar una obra de desvío, si se acepta el 10% de riesgo de que ocurra una inundación en los 5 años siguientes

Solución

Según la ec 3.4 el riesgo en este caso es

$$0.10 = 1 - (1 - q)^5$$

De donde q = 0.021 por lo que el periodo de retorno es

$$T_r = \frac{1}{q} = \frac{1}{0.021} = 48 \text{ años}$$

Esto significa que la inundación ocurre en promedio una vez cada 48 años, es decir, la probabilidad de que se presente en un año (una oportunidad) es 0.021 y la probabilidad de que se presente en cualquiera de los primeros 5 años (5 oportunidades) es 0.10.

3.8.4 Ejemplo 4 Fórmula racional

Calcular el gasto máximo que se puede esperar para un periodo de retorno de 10 años en una cuenca de 3.9 km^2, son conocidas las curvas intensidad-duración-periodo de retorno las cuales están representadas por la ecuación siguiente

$$i = \frac{259.923\ Tr^{0.356}}{d^{0.558}}$$

El tiempo de concentración es de 2 h y el área de la cuenca está constituida por diferentes tipos de superficie, cada una con su correspondiente coeficiente de escurrimiento, y sus características son las siguientes

55% bosque	C = 0.2
10% tierra desnuda	C = 0.6
20% pavimento bituminoso	C = 0.85
15% campos cultivados	C = 0.1

Solución

1) Como el área de drenaje está constituida por diferentes tipos de cubierta se debe obtener primero el valor del coeficiente de escurrimiento representativo, el cual va a ser función del área de influencia (ec 3.21)

$$C = \frac{C_1 A_1 + C_2 A_2 + \ldots + C_i A_i}{A_1 + A_2 + \ldots + A_i}$$

$$C = \frac{3.9\ [(0.2)(0.55) + (0.6)(0.10) + (0.85)(0.20) + (0.1)(Q.15)]}{3.9(0.55 + 0.10 + 0.20 + 0.15)}$$

$C = 0.36$

2) La intensidad de lluvia para la duración de 2h y un periodo de retorno de 10 años es

$$i = \frac{259.9\ (10)^{0.356}}{120^{0.56}} = 40.41\ mm/h$$

3) El gasto máximo, según la ec 3.90, es igual a

$$Q_p = 0.278\ C\ i\ A = 0.278\ (0.36)\ (40.410)(3.9) = 15.77\ m^3/s$$

3.8.5 Ejemplo 5 Envolventes de Creager

Determinar el gasto máximo que se presenta en una cuenca localizada dentro de la región hidrológica No. 10, sobre el río Fuerte cerca de la estación hidrométrica Huites; el área de la cuenca en estudio es de 21.5 km^2 . Utilice el método de envolventes de Creager.

Solución

1) De acuerdo con la tabla 3.15 para la región hidrológica No. 10 el valor de la envolvente regional C = 58.

2) El gasto de pico está dado por la ec 3.89

$$Q_p = 1.303\ C\ (0.386\ A)^{\alpha}$$

en este caso

$$\alpha = \frac{0.936}{A^{0.048}} = \frac{0.936}{(21.5)^{0.048}} = 0.8078$$

$$Q_p = 1.303\ (58)[0.386(21.5)]^{0.8078} = 417.61 m^3/s$$

3.8.6 Ejemplo 6 Funciones de distribución de probabilidad

Para los datos de lluvias máximas en 24 h de las estaciones Huasuntlán y Acayucan, consignados en la tabla 3.23, se desea obtener la precipitación máxima esperada para un periodo de retorno de 50 años. Empleando papeles de probabilidad escoja la distribución de probabilidad que mejor se ajusta a los datos.

Solución

1) Los datos se ordenan de mayor a menor y se obtiene la probabilidad de ocurrencia, la probabilidad de no ocurrencia y el periodo de retorno tanto para la estación Huasuntlán como para Acayucan, ver tabla 3.24

2) Los valores encontrados en el paso anterior se dibujaron en las figs 3.43 a 3.52 y se designan como los "puntos medidos".

3) Para ajustar los parámetros de las funciones de distribución se calcula la media y la desviación estándar de los datos, obteniéndose los valores siguientes

TABLA 3.23 Registros de lluvias máximos en 24 h en las estaciones de Huasuntlán y Acayucan, Ver.

Año	Huasuntlán	Acayucán
1948	-	-
1949	-	-
1950	-	69.1
1951	-	78.0
1952	Incompleto	73.0
1953	72.0	141.3
1954	80.0	100.0
1955	106.0	88.0
1956	80.5	135.0
1957	70.5	98.5
1958	62.0	70.5
1959	43.1	108.0
1960	90.0*	84.0
1961	87.5*	57.5
1962	162.0	112.7
1963	218.4	166.5
1964	99.4	86.5
1965	131.8	95.0
1966	121.0	125.0
1967	---	168.0
1968	112.0	123.0
1969	117.0	124.3
1970	62.0	115.7
1971	96.8	89.0
1972	135.0	121.4
1973	90.0	154.0
1974	265.0	67.5
1975	91.0	107.3
1976	70.0	----
N	21	26

*Falta un mes o más de registro y no se usan en el cálculo

TABLA 3.24 Probabilidades y periodos de retorno para lluvias máximas en 24 h

	Huasuntlán				Acayucan			
m	P, en mm	Tr, en años	q	1-q F(x)	P, en mm	Tr, en años	q	1-q F(x)
1	265.0	22.000	0.045455	0.954545	168.0	27.000	0.037037	0.962963
2	218.4	11.000	0.090909	0.909091	166.5	13.500	0.074074	0.925926
3	162.0	7.333	0.136364	0.863636	154.0	9.000	0.111111	0.888889
4	135.0	5.500	0.181818	0.818182	141.3	6.750	0.148148	0.851852
5	131.8	4.400	0.227273	0.772727	135.0	5.400	0.185185	0.814815
6	121.0	3.667	0.272727	0.727273	125.0	4.500	0.222222	0.777778
7	117.0	3.143	0.318182	0.681818	124.3	3.857	0.259259	0.740441
8	112.0	2.750	0.363636	0.636364	123.0	3.375	0.296296	0.703704
9	106.0	2.444	0.409091	0.590909	121.4	3.000	0.333333	0.666667
10	99.4	2.200	0.454545	0.545455	115.7	2.700	0.370370	0.629630
11	96.8	2.000	0.500000	0.500000	112.7	2.455	0.407407	0.592593
12	91.0	1.833	0.543455	0.454500	108.0	2.250	0.444444	0.555556
13	90.0	1.692	0.590909	0.409091	107.3	2.077	0.481481	0.518519
14	80.5	1.571	0.636364	0.363636	100.0	1.924	0.518519	0.481481
15	80.0	1.467	0.681818	0.318182	98.5	1.800	0.565550	0.444444
16	72.0	1.375	0.727273	0.272727	95.0	1.688	0.592593	0.407455
17	70.5	1.294	0.772727	0.227273	89.0	1.588	0.629630	0.370370
18	70.0	1.222	0.818182	0.181818	88.0	1.500	0.666667	0.333333
19	62.0	1.158	0.363636	0.136364	86.5	1.421	0.703709	0.296296
20	62.0	1.100	0.909091	0.090909	84.0	1.350	0.740741	0.259259
21	43.1	1.048	0.954545	0.045455	78.0	1.286	0.777778	0.222222
22					73.0	1.228	0.814850	0.185185
23					70.5	1.174	0.851852	0.148148
24					69.1	1.125	0.888889	0.111111
25					67.5	1.080	0.925926	0.074074
26					57.5	1.038	0.962963	0.037037

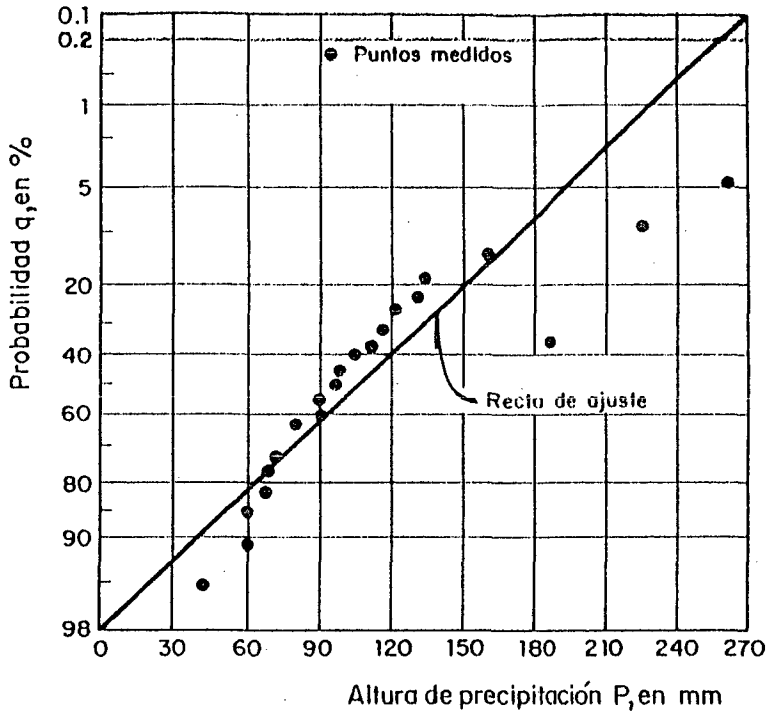


Fig 3.43 Estación Huasuntlán, distribución normal

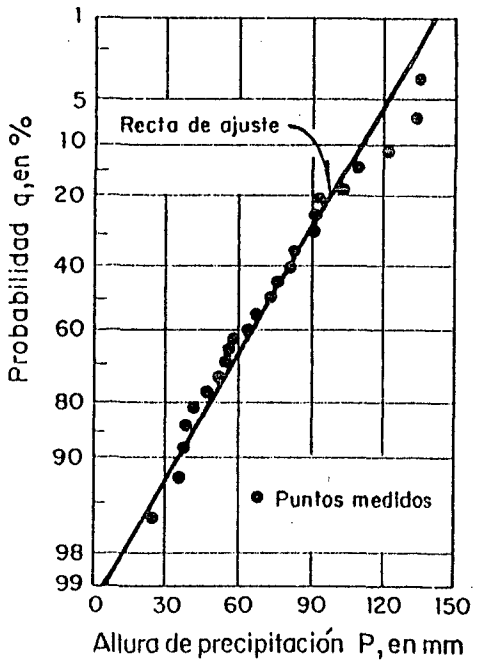


Fig 3.44 Estación Acayucan, distribución normal

Para la estación Huasuntlán

$\bar{x}$ = 108.833 mm, S = 53.032 mm

Para la estación Acayucan

x = 106.108 mm, S = 30.517 mm

. Distribución normal

Estación Huasuntlán

a = $\bar{x}$ = 108.833 mm, b = S = 53.03^2 mm

Estación Acayucan

a = $\bar{x}$ = 106.108 mm, b = S = 30.517 mm

Con base en las ecs 3.33 y 3.34 se estiman los valores de las tablas 3.25 y 3.26 y se dibujan las rectas de las figs 3.43 y 3.44

Para estas tablas

$$z = \frac{x - a}{S} = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

$$F(z) = \int_0^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz$$

$$F(z) = 1 - \frac{1}{Tr} = 1 - q , \qquad q = 1 - F(z)$$

TABLA 3.25 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución de probabilidad normal. Estación Huasuntlán

x	z	F(z)	q	Tr, en años
265	2.945	0.9984	0.0016	625.00
200	1.719	0.9573	0.0427	23.42
150	0.776	0.7823	0.2177	4.59
100	-0.167	0.4325	0.5675	1.76
80	-0.544	0.2946	0.7054	1.42
60	-0.921	0.1788	0.8212	1.22
40	-1.298	0.0985	0.9015	1.11

TABLA 3.26 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución de probabilidad normal. Estación Acayucan

x	z	F(z)	q	Tr, en años
170	2.094	0.9817	0.0183	56.65
140	1.111	0.8665	0.1335	7.49
120	0.455	0.6772	0.3228	3.10
100	-0.200	0.4207	0.5793	1.73
80	-0.856	0.1949	0.8051	1.24
60	-1.511	0.0655	0.9345	1.07
40	-2.166	0.0150	0.9850	1.02

. Distribución Gumbel

Estación Huasuntlán

Al dibujar los datos de lluvias máximas en un papel tipo Gumbel se observó que la muestra tiene dos tipos de población por lo que se realiza un ajuste de acuerdo a una distribución doble Gumbel (ec 3.84), ver fig 3.45.

La muestra de la población ciclónica esta constituida por los valores de 265, 218.4, 162 y el resto corresponden a la no ciclónica .

Los parámetros de esta distribución son

$$p = \frac{\text{número de eventos de la población no ciclónica}}{\text{número total de eventos}}$$

$$p = \frac{18}{21} = 0.857143$$

y los parámetros de cada población son

Población ciclónica

$\bar{x}_2 = 215.13$ mm, $\quad c_2 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S_2 = 32.83$ mm

$S_2 = 42.11$ mm, $\quad a_2 = \bar{x}_2 - 0.5772\, c_2 = 196.19$ mm

Población no ciclónica

$\bar{x}_1 = 91.12$, $\quad c_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S_1 = 20.17$ mm

$S_1 = 25.87$ $\quad a_1 = \bar{x}_1 - 0.5772\, c_1 = 79.48$ mm

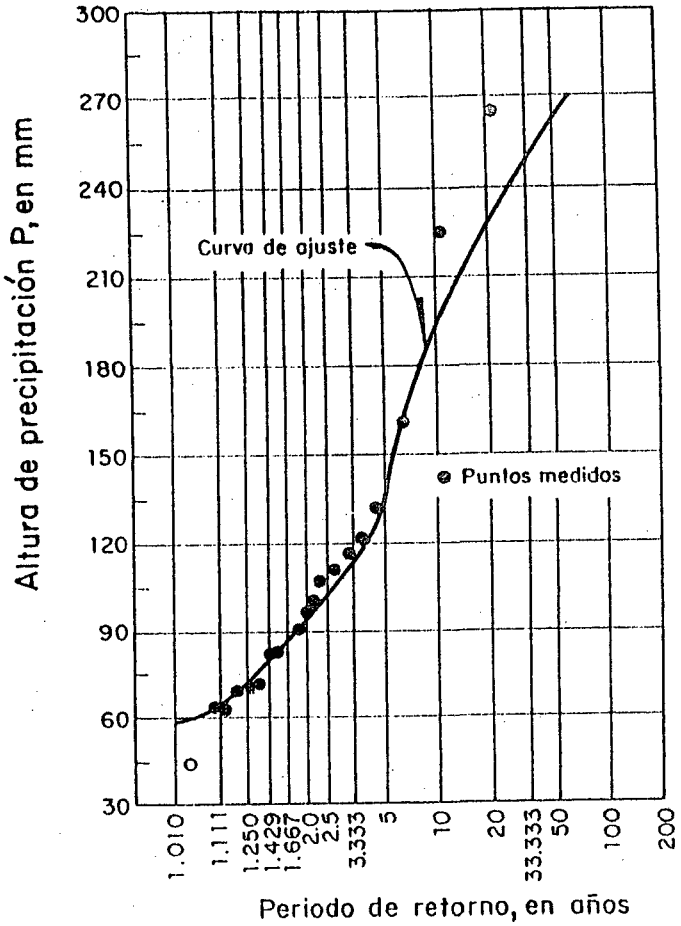


Fig 3.45 Estación Huasuntlán, distribución doble Gumbel

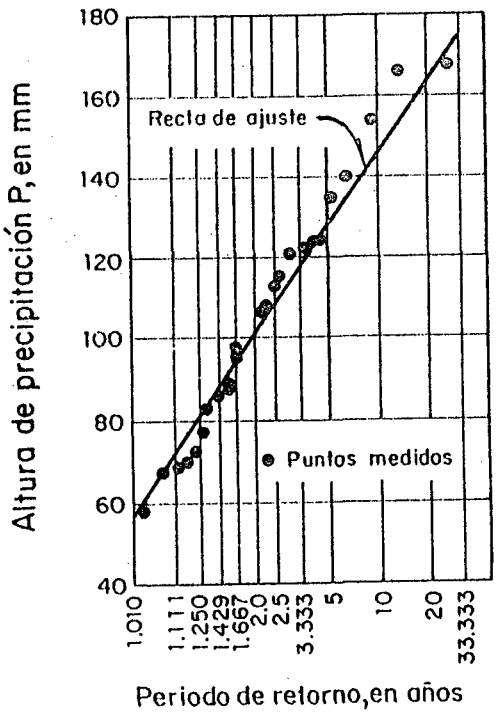


Fig 3.46 Estación Acayucan, distribución Gumbel

En la tabla 3.27 se anotan varios puntos estimados con la ec 3.84

TABLA 3.27 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución de probabilidad doble Gumbel. Estación Huasuntlán

x	F(x)	q	T_r, en años
265	0.9833	0.0166	60.127
240	0.9666	0.0334	29.929
210	0.9298	0.0702	14.243
180	0.8739	0.1211	8.257
150	0.8339	0.1661	6.020
135	0.8044	0.1956	5.113
100	0.5971	0.4029	2.482
90	0.4735	0.5265	1.899
60	0.0620	0.9380	1.066
45	0.0034	0.9966	1.003

Estación Acayucan

En este caso se usa la función de distribución Gumbel.

Los parámetros encontrados, según las ecs 3.74 y 3.75, son

$$c = 0.7797\ S = 0.7797\ (30.517) = 23.79 \text{ mm}$$

$$a = \bar{x} - 0.5772\ c = 106.108 - 0.5772\ (23.79) = 92.37 \text{ mm}$$

En la tabla 3.28 aparecen algunos puntos estimados con la ec 3.51 y con ellos se dibuja la recta de ajuste que aparece en la fig 3.46.

. Distribución lognormal de dos parámetros

Se emplean las ecs 3.60 a 3.62 para ajustar sus parámetros.

Estación Huasuntlán

$$C_v = 53.032/108.833 = 0.487$$

$$\sigma_L = \sqrt{\text{Ln}\ ((0.487)^2 + 1)} = 0.462 \text{ mm}$$

$$\mu_L = \text{Ln}\ (108.833) - (0.46^2)^{\,2}/2 = 4.583 \text{ mm}$$

Estación Acayucan

$$C_v = 30.517/106.108 = 0.288$$

σ_L = 0.282 mm, μ_L = 4.524 mm

TABLA 3.28 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución de probabilidad Gumbel. Estación Acayucan

x	F(x)	q	Tr, en años
170	0.962	0.038	26.470
140	0.874	0.126	7.912
120	0.731	0.269	3.719
100	0.484	0.516	1.938
80	0.186	0.814	1.228
60	0.020	0.970	1.020
40	0.0001	0.999	1.000

En las tablas 3.29 y 3.30 se consignan algunos valores estimados con esta distribución y con ellos se dibuja la recta de ajuste que aparece en las figs 3.47 y 3.48 .

TABLA 3.29 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución log-normal. Estación Huasuntlán

x	z	F(z)	q	Tr, en años
265	2.159	0.9846	0.015	64.935
252	2.050	0.9798	0.020	49.5
200	1.549	0.9344	0.061	16.502
150	0.926	0.8238	0.176	5.675
100	0.047	0.5199	0.507	1.972
80	-0.436	0.3300	0.670	1.493
60	-1.059	0.1456	0.855	1.169
40	-1.938	0.0262	0.974	1.027

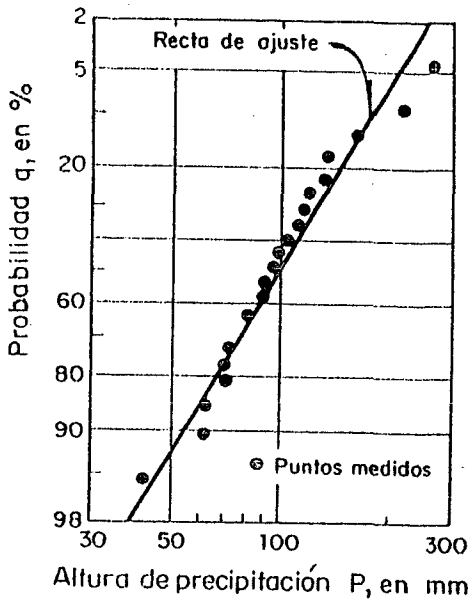


Fig 3.47 Estación Huasuntlán, distribución log normal

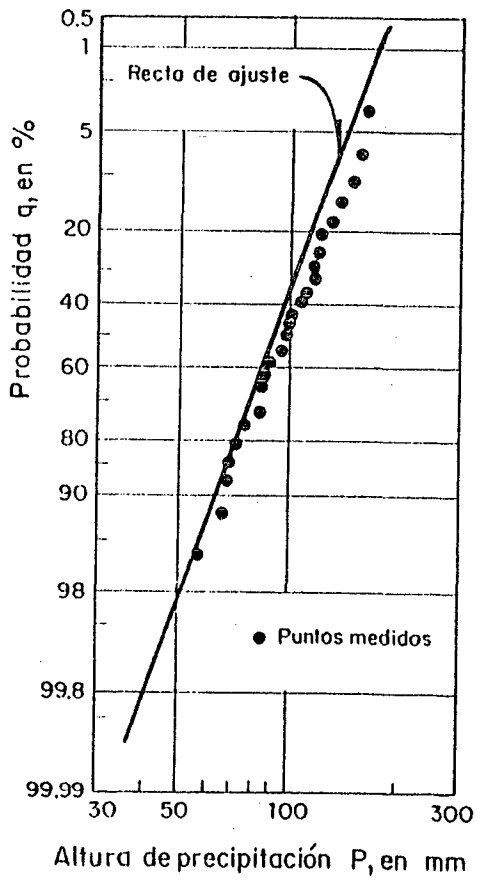


Fig 3.48 Estación Acayucan, distribución log normal

TABLA 3.30 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución de probabilidad log-normal. Estación Acayucan.

x	z	F(z)	q	T_r, en años
170	2.171	0.9850	0.0150	66.67
164	2.051	0.9798	0.0202	49.5
140	1.483	0.9306	0.0694	14.41
120	0.936	0.9264	0.1736	5.76
100	0.290	0.6141	0.3859	2.59
80	-0.502	0.3085	0.6915	1.45
60	-1.522	0.0643	0.9357	1.07
40	-2.961	0.0015	0.9985	1.00

. Distribución exponencial de dos parámetros

Se emplean las ecs 3.76 y 3.77 para ajustar los parámetros de esta distribución.

Estación Huasuntlán

$$a = S = 53.032 \text{ mm}, \quad b = \bar{x} - a = 108.833 - 53.032 = 55.801 \text{ mm}$$

Estación Acayucan

$$a = 30.52 \text{ mm}, \quad b = 75.59 \text{ mm}$$

En las tablas 3.31 y 3.32 se incluyen algunas alturas de precipitación estimadas con esta distribución y con ellos se dibujó la recta de ajuste que aparece en las figs 3.49 y 3.50.

TABLA 3.31 Recta de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución exponencial de dos parámetros. Estación Huasuntlán

x	F(x)	q	T_r, en años
210	0.9453	0.0546	18.3140
180	0.9039	0.0961	10.4017
150	0.8307	0.1693	5.9078
120	0.7020	0.2980	3.3554
90	0.4753	0.5247	1.9057
60	0.0761	0.9238	1.0824

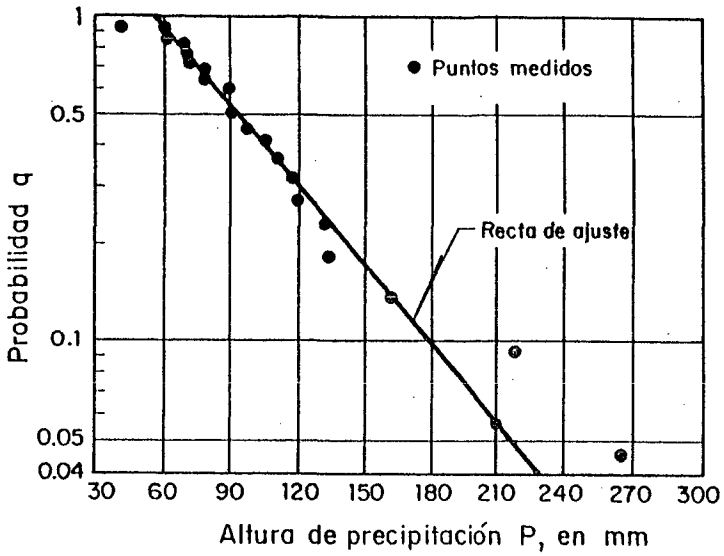


Fig 3.49 Estación Huasuntlán,distribución exponencial

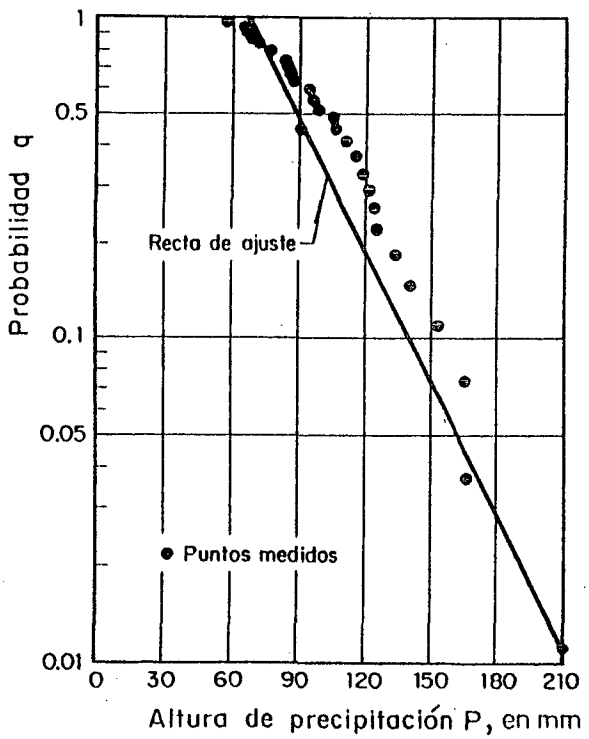


Fig 3.50 Estación Acayucan,distribución exponencial

TABLA 3.32 Recta de ajuste lluvias máximas en 24 h, según una distribución exponencial de dos parámetros. Estación . Acayucan

x	F(x)	q	T_r, en años
210	0.9878	0.0122	81.8140
180	0.9676	0.0327	30.6116
150	0.9127	0.0873	11.4536
120	0.7667	0.2333	4.2855
90	0.5278	0.4722	2.1179

. Distribución gamma de dos parámetros

Se emplean las ecs 3.67c y 3.70 para ajustar los parámetros de esta distribución.

Estación Huasuntlán

$$C_v = 53.032/108.833 = 0.487, \qquad \alpha = 1/(0.487)^2 = 4.211,$$

$$\beta = 108.833/4.211 = 25.841$$

Estación Acayucan

$$C_v = 0.287, \qquad \alpha = 12.090, \qquad \beta = 8.777$$

En las tablas 3.33 y 3.34 se anotan algunas alturas de precipitación estimadas con esta distribución y con ellos se dibuja la curva de ajuste que aparece en las figs 3.51 y 3.52, en el eje de las ordenadas de ambas figuras aparece el valor de F(x) que corresponde a la función de distribución de probabilidad ya que para este tipo de función no existe un papel especial para dibujarla.

TABLA 3.33 Curva de ajuste para lluvias máximas en 24h, según una distribución gamma de dos parámetros. Estación Huasuntlán

x	F(x)	q	Tr, en años
265	0.9893	0.0107	93.458
200	0.9405	0.0595	16.807
150	0.8083	0.1917	5.217
100	0.5063	0.4937	2.026
80	0.3372	0.6628	1.509
60	0.1828	0.8172	1.224
40	0.0593	0.9407	1.063

TABLA 3.34 Curva de ajuste para lluvias máximas en 24 h, según una distribución gamma de dos parámetros. Estación Acayucan

x	F(x)	q	Tr, en años
200	0.9962	0.0038	263.158
170	0.9727	0.0273	36.630
140	0.8730	0.1270	7.874
120	0.7222	0.2778	3.600
100	0.4802	0.5198	1.924
80	0.2095	0.7905	1.265
60	0.0481	0.9519	1.051
40	0.0026	0.9974	1.003

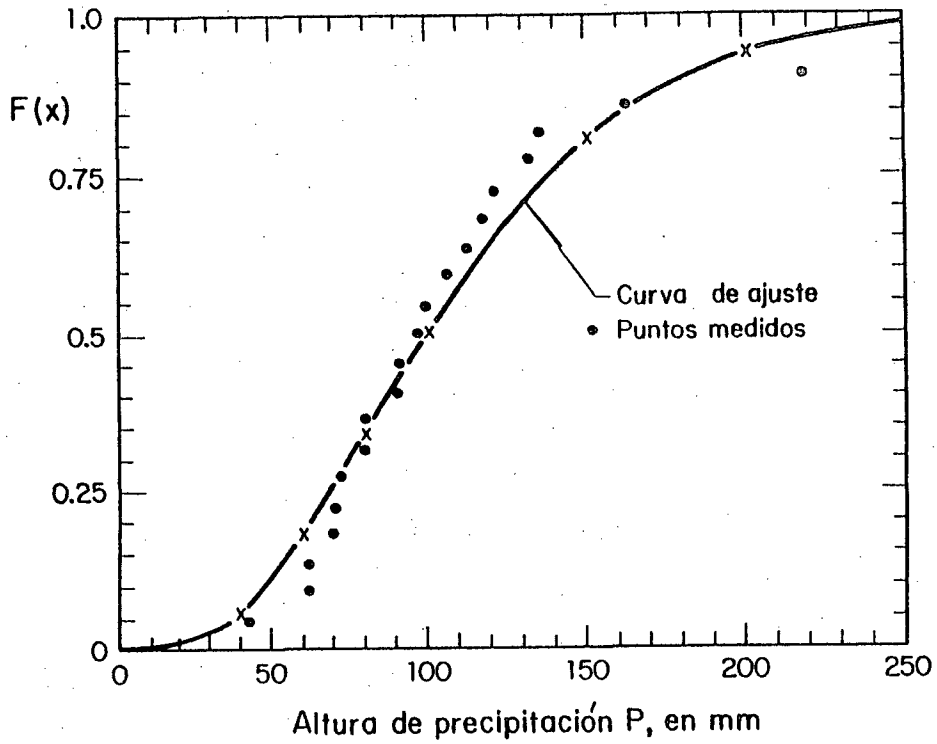


Fig 3.51 Estación Huasuntlán, distribución gamma

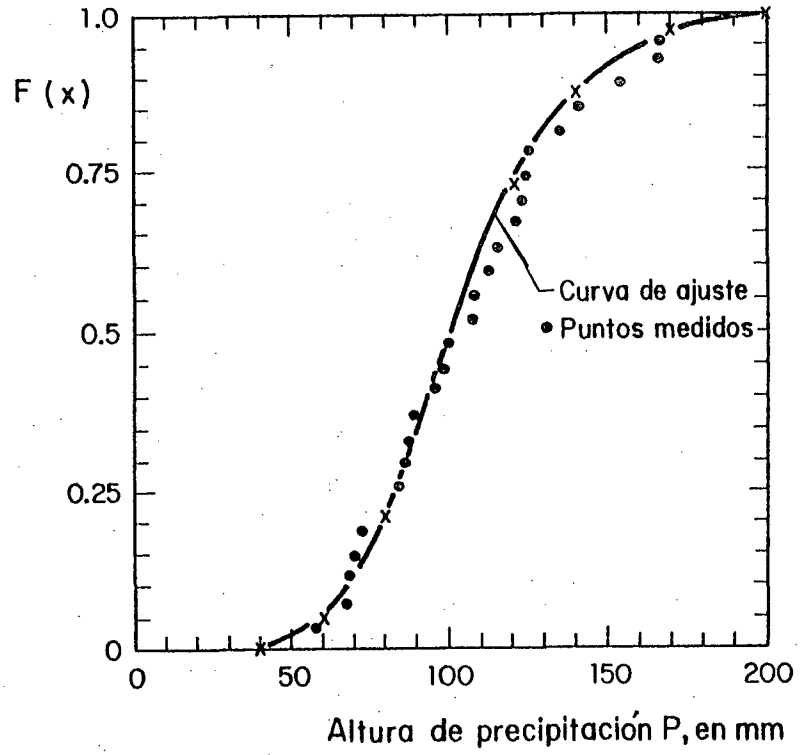


Fig 3.52 Estación Acayucan, distribución gamma

Como se puede observar del análisis de las figs 3.43 a 3.52 se considera que el mejor ajuste para los datos de las dos estaciones se obtuvo con la distribución lognormal. Para esta distribución se calculó la lluvia máxima en 24 horas, para un periodo de retorno de 50 años, encontrándose que la Pso vale 252 mm y 164.3 mm para las estaciones Huasuntlán y Acayucán, respectivamente.

3.8.7 Ejemplo 7 Hidrograma unitario tradicional

Calcular el hidrograma unitario tradicional para una cuenca de 88.8 km^2 a partir del hidrograma de escurrimiento directo (fig 3.53) producido por una lluvia efectiva con duración en exceso de 6 h.

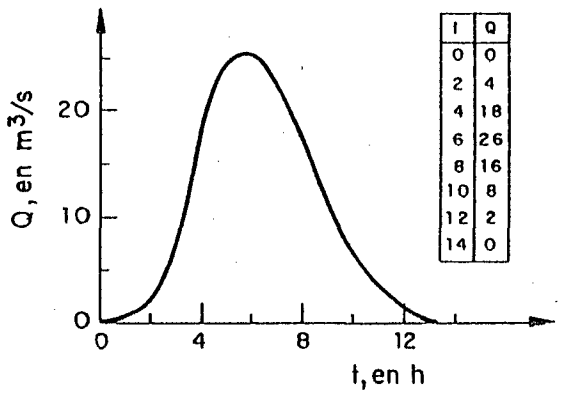


Fig 3.53 Hidrograma de escurrimiento directo

Solución

1) Se calcula el volumen de escurrimiento directo, a partir del hidrograma de la fig 3.53. Se tiene en forma aproximada, según la regla trapezoidal, que

$$V_{ED} = (4 + 18 + 26 + 16 + 8 + 2)\ 3600(2) = 532800\ m^3$$

De manera que la lluvia efectiva es igual

$$Pe = \frac{V_{ED}}{A} = \frac{532800}{88.8\ \ (10^6)} = 0.006m = 6mm$$

2) Para obtener el hidrograma unitario basta con dividir cada ordenada del hidrograma de escurrimiento directo entre la lluvia efectiva. Estos cálculos se presentan en la tabla 3.35.

TABLA 3.35 Ordenadas del hidrograma unitario tradicional

t,en h	Q, en m^3/s	q,en $m^3/s/mm$
0	0	0.000
2	4	0.667
4	18	3.000
6	26	4.333
8	16	2.667
10	8	1.333
12	2	0.333
14	0	0.000

3.8.8 Ejemplo 8 Hidrograma unitario instantáneo

Obtener el hidrograma unitario instantáneo para una duración en exceso de dos horas a partir de los datos de lluvia efectiva, de la tabla 3.36 y del hidrograma de escurrimiento directo, ver tabla 3.37.

TABLA 3.36 Hietograma de lluvia efectiva

t, en h	Pe, en mm
0 - 2	2
2 - 4	3
4 - 6	1

TABLA 3.37 Hidrograma de escurrimiento directo

t,en h	Q, en m^3/s
0	0
2	4
4	18
6	26
8	16
10	8
12	2
14	0

Solución

De los datos de las tablas 3.36 y 37 se tiene que NP = 3 y NQ = 6 , por tanto

$$NU = NQ - NP + 1 = 6 - 3 + 1 = 4$$

Utilizando el método de covarianzas, se tiene que el desarrollo de las ecs 3.97 a 3.99 es el siguiente

$$\phi_{PQ}(\tau) = \sum_{i=1}^{NU} u_i \, \phi_{PP}(\tau - i + 1) \qquad \tau = 0, 1, \ldots, (NU - 1)$$

$$\tau > (NU) \qquad \phi_{PQ}(\tau) = 0$$

$$\tau = 0 \quad \phi_{PQ}(0) = u_1\phi_{PP}(0) + u_2\phi_{PP}(-1) + u_3\phi_{PP}(-2) + u_4\phi_{PP}(-3)$$

$$\tau = 1 \quad \phi_{PQ}(1) = u_1\phi_{PP}(1) + u_2\phi_{PP}(0) + u_3\phi_{PP}(-1) + u_4\phi_{PP}(-2)$$

$$\tau = 2 \quad \phi_{PQ}(2) = u_1\phi_{PP}(2) + u_2\phi_{PP}(1) + u_3\phi_{PP}(0) + u_4\phi_{PP}(-1)$$

$$\tau = 3 \quad \phi_{PQ}(3) = u_1\phi_{PP}(3) + u_2\phi_{PP}(2) + u_3\phi_{PP}(1) + u_4\phi_{PP}(0)$$

$$\phi_{PQ}(\gamma) = \sum_{l=1}^{NQ} P_l \, Q_{l+\gamma} \qquad \gamma = 0, 1, \ldots, (NU - 1)$$

$$l > NP \qquad P_l = 0$$

$$\gamma = 0 \quad \phi_{PQ}(0) = P_1Q_1 + P_2Q_2 + P_3Q_3 = 2(4) + 3(18) + 1(26) = 88$$

$$\gamma = 1 \quad \phi_{PQ}(1) = P_1Q_2 + P_2Q_3 + P_3Q_4 = 2(18) + 3(26) + 1(16) = 130$$

$$\gamma = 2 \quad \phi_{PQ}(2) = P_1Q_3 + P_2Q_4 + P_3Q_5 = 2(26) + 3(16) + 1(8) = 108$$

$$\gamma = 3 \quad \phi_{PQ}(3) = P_1Q_4 + P_2Q_5 + P_3Q_6 = 2(16) + 3(8) + 1(2) = 58$$

$$\phi_{PP}(\rho) = \sum_{k=1}^{NP} P_K \, P_{k+\rho} \qquad \rho = 0, 1, \ldots, (NP - 1)$$

$$\rho > (NP - 1) \quad \phi_{PP}(\rho) = 0$$

$$\rho = 0 \quad \phi_{PP}(0) = P_1P_1 + P_2P_2 + P_3P_3 = 2(2) + 3(3) + 1(1) = 14$$

$$\rho = 1 \quad \phi_{PP}(1) = P_1P_2 + P_2P_3 = 2(3) + 3(1) = 9$$

$$\rho = 2 \quad \phi_{PP}(2) = P_1P_3 = 2(1) = 2$$

Con los valores calculados se forma el sistema de ecuaciones siguiente

$$
\begin{aligned}
88 &= 14\,u_1 + 9\,u_2 + 2u_3 + 0u_4 \\
130 &= 9\,u_1 + 14\,u_2 + 9u_3 + 2u_4 \\
108 &= 2\,u_1 + 9\,u_2 + 14u_3 + 9u_4 \\
58 &= 0\,u_1 + 2\,u_2 + 9u_3 + 14u_4
\end{aligned}
$$

cuya solución es

$$
\begin{aligned}
u_1 &= 1.79\ m^3/s/mm \\
u_2 &= 6.59\ m^3/s/mm \\
u_3 &= 1.98\ m^3/s/mm \\
u_4 &= 1.93\ m^3/s/mm
\end{aligned}
$$

Como el volumen de escurrimiento directo es de 532 800 m^3, ver ejemplo 3.6, por tanto el área de la cuenca es de 88.8 km^2.
El área bajo la curva del hidrograma unitario calculado vale

$$A_{HU} = (1.79 + 6.59 + 1.98 + 6.59 + 1.93)2(3600) = 88\ 488\ m^3/mm$$

$$A_{HU} = 88\ 488\ m^3/10^{-3}m = 88\ 488\ 000\ m^2 = 88.4\ km^2$$

Como el valor de A_{HU} es semejante al del área de la cuenca se concluye que la solución encontrada para las ordenadas del H.U. es correcta.

3.8.9 Ejemplo 9 Hidrograma o Curva S

Calcular el hidrograma unitario para una duración de la lluvia en exceso d_1 = 3h, a partir del hidrograma de escurrimiento total de la fig 3.54 y del hietograma medio de la tormenta de la fig 3.55. El área de la cuenca es de 1688 km^2

Solución

1) Se calcula la lluvia en exceso con lo que a su vez quedará determinada la duración en exceso que tendrá asignada el hidrograma unitario.

El volumen de escurrimiento directo es

$$V_{ED} = \frac{1}{2}\,(15-7)(1600-100)\ 3600 = 21.6\ (10^6)\ m^3$$

La lluvia efectiva que produce este escurrimiento es

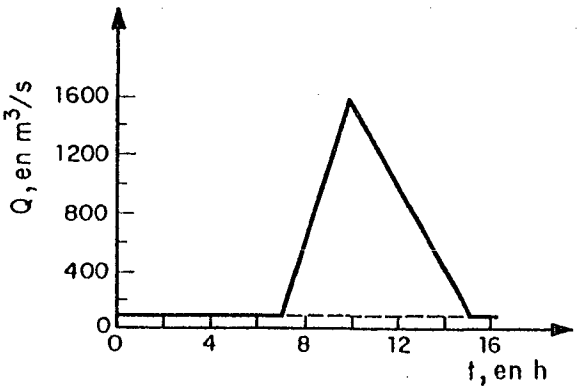


Fig 3.54 Hidrograma de escurrimiento total

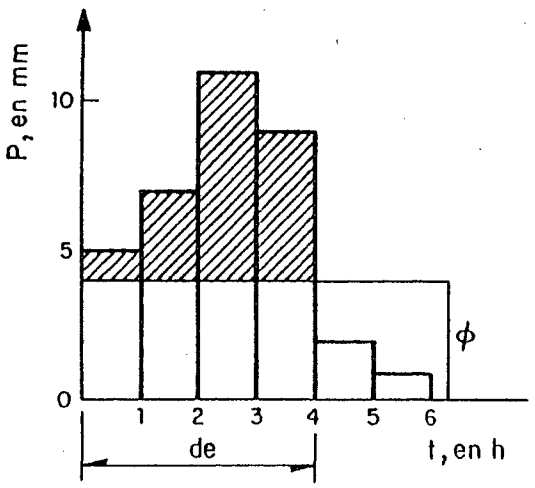


Fig 3.55 Hietograma medio de la tormenta

$$P_e = \frac{V_{ED}}{A_c} = \frac{211.6(10^6)}{1688(10^6)} = 0.0128 \text{ m} = 12.8 \text{ mm}$$

El índice de infiltración se determina por tanteos, resultando $\phi = 4.05$ mm/h con lo que se cumple que $P_e = 12.8$ mm. Este valor se dibuja en la fig 3.55 resultando que la duración efectiva del hidrograma unitario es de 4 h.

2) Como la duración que tiene asignada el hidrograma unitario conocido es diferente, ahora se necesita calcular el hidrograma unitario para una duración en exceso de 3h con ayuda del método de la curva S. La aplicación del método se presenta en la tabla 3.38.

La curva S presenta inestabilidad (93.75, 109.37, 125.01, 140.63, 93.75,...), por lo que es necesario calcular un gasto de equilibrio, ver ec 3.91, para corregir la curva S.

$$q_{eq} = \frac{A}{3.6\ d_e} = \frac{1688}{3.6(4)} = 117.22 \text{ m}^3/\text{s/mm}$$

Finalmente, para calcular las ordenadas del hidrograma unitario para una duración de 3 h, multiplicamos cada diferencia entre las curvas S por

$$\frac{d_e}{d_1} = \frac{4}{3} = 1.33$$

3.8.10 Ejemplo 10 Hidrograma unitario triangular

Utilizando el método del hidrograma unitario triangular calcular el hidrograma unitario de una cuenca con una área de drenaje de 160 km^2, el tiempo de concentración es de 4.2 h.

Solución

La forma del hidrograma se define usando las ecs 3.100 a 3.102

$$t_p = \sqrt{t_c} + 0.6\ t_c = \sqrt{4.2} + 0.6(4.2) = 4.57 \text{ h}$$

$$t_r = 1.67\ t_p = 1.67(4.57) = 7.63 \text{ h}$$

$$q_p = 0.208\ \frac{A}{t_p} = \frac{0.208(160)}{4.57} = 7.28 \text{ m}^3/\text{s/mm}$$

TABLA 3.38 Hidrograma unitario para una duración de 3 h obtenido con el método de la curva S

t, en h	$(H.U.)_{4h'}$ en $m^3/s/m$	$(H.U.)_{4'}$ en $m^3/s/m$	$(H.U.)_{4'}$ en $m^3/s/m$	$(H.U.)_{4'}$ en $m^3/s/m$	$(H.U.)_{4'}$ en $m^3/s/m$	$(H.U.)_{4'}$ en $m^3/s/m$	Curva S	Curva S corregida	Curva S desplz. 3 h	Δ_S	$(H.U.)_{3'}$ en $m^3/s/m$
7	0						0	0		0	0
8	39.06						39.06	39.06		39.06	52.08
9	78.13						78.13	78.13		78.13	104.17
10	117.19						117.19	117.19	0	117.19	156.25
11	93.75	0					93.75	117.22	39.06	78.16	104.21
12	70.31	39.06					109.37	117.22	78.13	39.09	52.12
13	46.88	78.13					125.01	117.22	117.19	0.03	0.04
14	23.44	117.19					140.63	117.22	117.22	0	0
15	0	93.75	0				93.75	117.22	117.22	0	0
16		70.31	39.06				109.37	117.22	117.22	0	0
17		46.88	78.13				125.01	117.22	117.22	0	0
18		23.44	117.19				140.63	117.22	117.22	0	0
19		0	93.75	0			93.75	117.22	117.22	0	0
20			70.31	39.06			109.37	117.22	117.22	0	0
21			46.88	78.13			125.01	117.22	117.22	0	0
22			23.44	117.19			140.63	117.22	117.22	0	0
23			0	93.75	0		93.75	117.22	117.22	0	0
24				70.31	39.06		109.37	117.22	117.22	0	0

Si se desea obtener el hidrograma de escurrimiento directo bastará con multiplicar las ordenadas del hidrograma unitario obtenido, ver fig 3.56, por la lluvia en exceso, expresada en milímetros.

3.8.11 Ejemplo 11 Método del Soil Conservation Service (S.C.S.)

A continuación se presenta el cálculo del hidrograma de escurrimiento para una lluvia en exceso de 6 mm, utilizando el método del Soil Conservation Service, para una cuenca con las características siguientes

Área de la cuenca 215 km^2, longitud del cauce principal 20.92 km, y pendiente media del cauce 0.006

Solución

Se calcula el tiempo de concentración usando la fórmula de Kirpich, ec 3.16

$$t_c = 0.0003245 \left[\frac{20.92(1000)}{\sqrt{0.006}} \right]^{0.77} = 4.94 \text{ h}$$

Se calcula el tiempo pico (ec 3.104) y el gasto pico (ec 3.103)

$$t_p = \sqrt{t_c} + 0.6t_c = \sqrt{4.94} + 0.6(4.94) = 5.19 \text{ h}$$

$$q_p = 0.205 \frac{A_c}{t_p} = 0.205 \frac{(215)}{5.19} = 8.49 \text{ m}^3/\text{s/mm}$$

Con ayuda de la fig 3.28 y la relación t/t_p, se obtiene q/q_p como se muestra en la tabla 3.39. El resto de los cálculos se presentan también en esta tabla. En la figura 3.57 se muestra el hidrograma de escurrimiento.

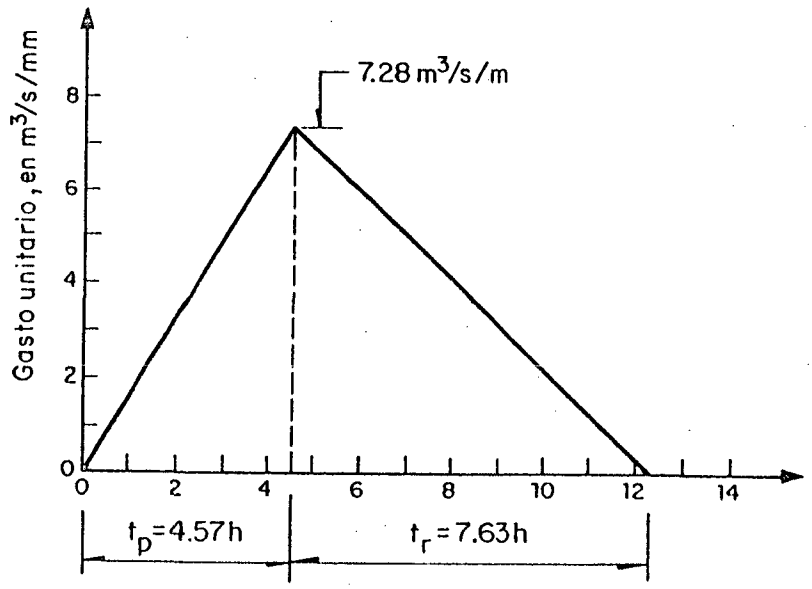


Fig 3.56 Hidrograma unitario triangular obtenido con el método propuesto por el U S Bureau of Reclamation

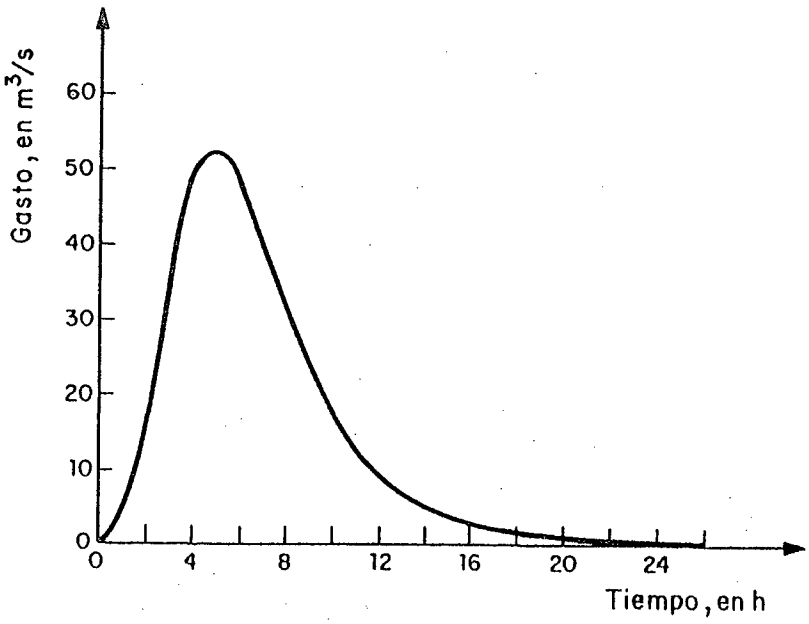


Fig 3.57 Hidrograma de escurrimiento directo obtenido al aplicar el método del Soil Conservation Service

TABLA 3.39 Hidrograma de escurrimiento directo, según el método del Soil Conservation Service

t/t_p	q/q_p	t, en h	Q, en $m^3/s/mm$	Q, en m^3/s
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.10	0.03	0.52	0.26	1.53
0.40	0.31	2.08	2.63	15.79
0.60	0.66	3.11	5.00	33.62
0.80	0.93	4.15	7.90	47.37
0.90	0.99	4.67	8.41	50.43
1.00	1.00	5.19	8.49	50.94
1.10	0.99	5.71	8.41	50.43
1.20	0.93	6.23	7.90	47.37
1.50	0.68	7.79	5.77	34.64
1.90	0.33	9.86	2.80	16.81
2.20	0.21	11.42	1.78	10.70
2.60	0.11	13.49	0.93	5.60
3.20	0.04	16.61	0.34	2.04
5.00	0.00	25.95	0.00	0.00

3.8.12 Ejemplo 12 Método de I-Pai-Wu

A fin de presentar la metodología propuesta por I-Pai-Wu se calculará la avenida de diseño asociada a un periodo de retorno de 25 años para la cuenca del arroyo Ocotal, que tiene un área de 60 km^2. De acuerdo con las características de la cuenca le corresponde un valor del número de escurrimiento de 93 y un tiempo de concentración de 1.7 h (102 min). La longitud del cauce principal es de 15 km con una pendiente de 4.94 % . Dentro de la cuenca está ubicada la estación pluviométrica Huasuntlán y fuera de ella la pluviográfica Acayucán.

Solución

La estación Acayucan se toma como la estación base y la intensidad de la lluvia, de acuerdo a los resultados del ejemplo 1, está dada por

$$i = \frac{259.923(25)^{0.356}}{102^{0.558}} = 61.966 \text{ mm/hr}$$

recordando que $i = P_b/d$ se tiene que

$$P_b = id = 61.966(1.7) = 105.342 \text{ mm} = 10.534 \text{ cm}$$

y la lluvia en exceso para esta estación es

$$Pe_b = \frac{\left(P_b - \frac{508}{N} + 5.08 \right)^2}{P_b - \frac{2032}{N} - 20.32} = \frac{\left(10.534 - \frac{508}{93} + 5.08 \right)^2}{10.534 - \frac{2032}{93} - 20.32} = 8.54 \text{ cm}$$

Como la estación base está fuera de la cuenca se calcula el factor de transporte, el cual se obtiene con ayuda de la ec 3.114 .

$$F = \frac{252}{164.3} = 1.534$$

Los dos valores de precipitación que se usaron en la ec 3.114 fueron calculados con los datos del ejemplo 6 para una función de distribución lognormal, que se encontró fue la de mejor ajuste.

$$Pe = Pe_b \frac{P}{P_b} = 8.54(1.534) = 13.10 \text{ cm}$$

Con las características de la cuenca se calcula, con las ecs 3.109 y 3.110, los valores de t_p y K, y son

$$t_p = 0.93(A_c)^{1.085} (L)^{-1.233} (S)^{-0.668}$$

$$t_p = 0.93(60)^{1.085} (15.02)^{-1.233} (4.94)^{-0.668} = 0.963 \text{ h}$$

$$K = 0.73(A_c)^{0.937} (L)^{-1.474} (S)^{-1.473}$$

$$K = 0.73(60)^{0.937} (15.02)^{-1.474} (4.94)^{-1.473} = 0.059$$

Se obtiene el valor de n con la ec 3.108

$$n = \frac{4\ t_p}{K} = \frac{4(0.963)}{0.059} = 64.9$$

Con la ec 3.107 se determina $f(n, t_p)$

$$f(n,t_p) = \frac{(n-1)^n\, e^{1-n}}{\Gamma(n)}$$

$\Gamma(n) = \Gamma(64.9) = (62.9)(61.9)(60.9)(59.9)\ldots\Gamma(1.9) = 1.00308(10^{89})$

$\Gamma(1.9) = 0.9761$

$$f(n, t_p) = \frac{(63.9)^{30.9}(63.9)^{34}\, e^{1-64.9}}{1.0308(10^{89})} = 3.20$$

7) Con la ec 3.106 se obtiene el gasto pico

$$Q_p = \frac{2.78\ A\ Pe}{t_p}\ f(n,t_p) = \frac{2.78(60)(13.10)}{0.963}(3.20) = 7264.13\ m^3/s$$

8) Como n = 64.9 la forma de la avenida de diseño se determinará con ayuda de la fig 3.29 o bien con la ec 3.111

$$\frac{Q}{Q_p} = \left(\frac{t}{t_p}\right)^{n-1} \left[e^{-(n-1)}\right]^{(t/t_p-1)}$$

En la tabla 3.40 se muestran los resultados obtenidos al aplicar esta ecuación.

TABLA 3.40 Ordenadas de la avenida de diseño, según el método I-Pai-Wu

t/t_p	t, en h	Q/Q_p	Q, en m^3/s
0.00	0.000	0	0
0.75	0.722	0.090	653.771
0.85	0.818	0.449	3261.593
0.95	0.915	0.931	6690.260
1.00	0.963	1.000	7264.126
1.10	1.059	0.741	5382.717
1.20	1.155	0.323	2346.313
1.25	1.203	0.018	130.754

3.8.13 **Ejemplo 13** Método de Chow

Utilizando el método de Chow calcular el gasto máximo para diseñar una alcantarilla de una carretera para un periodo de retorno de 10 años. Los datos con los que se cuenta son los siguientes
El área de drenaje es de 21.5 km^2, que está formada por bosques naturales en su mayor parte y un tramo de carretera, los porcentajes que se tienen son: 28% bosque espeso, alta transpiración; 64% bosque normal, transpiración media; 8% carretera. El suelo está formado por arenas finas y limos orgánicos. La longitud del cauce principal es de 10 km con una pendiente de 1.3 %. Se cuenta con una estación climatológica y de aforo dentro de la cuenca, con base en la información recabada en estas estaciones se puede considerar que el gasto base es nulo y cuando ocurren tormentas en la zona la lluvia antecedente es mayor de 5 cm.
Del análisis de intensidades máximas se obtuvo que la curva i-d-T_r, para un periodo de retorno de 10 años, está representada en la fig 3.57a.

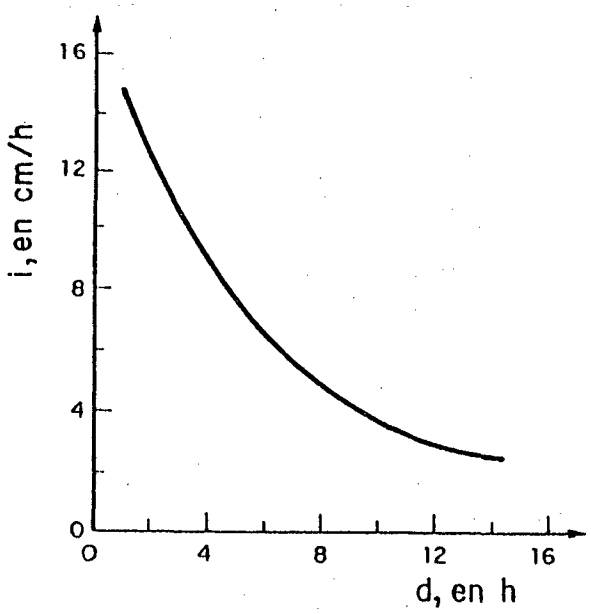


Fig 3.57a Curva i-d-Tr

Solución

1) Con los datos de tipo y uso del suelo se obtiene el valor de N, empleando la tabla 3.11

$N_1 = 52$ $\qquad A_1 = 0.28(21.5) = 6.02\ km^2$

$N_2 = 60$ $\qquad A_2 = 0.64(21.5) = 13.76\ km^2$

$N_3 = 100$ $\qquad A_3 = 0.08(21.5) = 1.72\ km^2$

utilizando la ec 3.22

$$N = \frac{N_1A_1 + N_2A_2 + N_3A_3}{A} = \frac{52(6.02) + 60(13.76) + 100(1.72)}{21.5} = 61$$

La corrección por lluvia antecedente es de tipo B, según la tabla 3.12, e interpolando se obtuvo un factor de 1.29, entonces

$$N = 1.29(61) = 78.6$$

2) Se elige una duración de la lluvia, por ejemplo 6.67 h

3) El periodo de retorno es de 10 años

4) Se calcula la lluvia total P con ayuda de las curva i-d-Tr, fig 3.57a. De esta se obtiene que para d = 6.67 h, la i = 6 cm/h, por tanto

$$P = id = 6(6.67) = 40.02\ cm$$

5) Como la estación base está dentro de la cuenca

$$P = P_b$$
$$Pe = Pe_b$$

La lluvia efectiva en la estación base se obtiene con la ec 3.23

$$Pe = \frac{\left[40.02 - \frac{508}{78.6} + 5.08\right]^2}{40.02 - \frac{2032}{78.6} - 20.32} = 32.8\ cms$$

Entonces los factores de escurrimiento y climático, según las ecs 3,119 y 3.120, están dados por

$$X = \frac{Pe_b}{d} = \frac{32.8}{6.67} = 4.92$$

$$Y = 2.7\ \frac{P_b}{Pe_b} = 2.78$$

6) Se obtiene el tiempo de retraso con la ec 3.122

$$t_R = 0.0050 \left[\frac{10000}{\sqrt{1.3}} \right]^{0.64} = 1.67 \text{ h}$$

Con ayuda de la fig 3.30 se estima el factor de reducción de pico, como para los valores resulta que $d/t_R > 2$, se tiene que $Z = 1.0$

7) De acuerdo con la ec 3.121 el gasto pico vale

$$Q_p = XYZ\ A = 4.92(2.78)(1.0)(21.5) = 294.07\ m^3/s$$

Los resultados obtenidos con este procedimiento para otras duraciones de la tormenta se presentan en la tabla 3.41

TABLA 3.41 Resumen de los cálculos realizados para obtener el gasto de diseño con el método de Chow

d, en h	i, en cm/h	$P=P_b$, en cm	$Pe=Pe_b$, en cm	d/t_R	X	Y	Z	Q_p en m^3/s
2.00	13.0	26.00	19.23	1.20	9.62	2.78	0.70	402.49
3.00	10.8	32.40	25.38	1.80	8.46	2.78	0.94	475.32
3.20	10.4	33.28	26.23	1.92	8.20	2.78	0.98	480.31*
3.50	9.8	34.30	27.22	2.10	7.78	2.78	1.00	465.01
4.00	8.8	35.20	28.09	2.39	7.02	2.78	1.00	419.59
6.67	6.0	40.02	32.79	3.99	4.92	2.78	1.00	294.07

* Valor máximo

Como el gasto base se considera nulo el gasto de diseño para un periodo de retorno de 10 años es

$$Q = 480.31\ m^3/s$$

3.8.14 Ejemplo 14 Tránsito de una avenida a través de un vaso, método semigráfico

Hacer el tránsito de la avenida que se muestra en la fig 3.58, los datos de que se dispone son los siguientes

a) Hidrograma de entrada al vaso, ver fig 3.58.

b) La elevación inicial del nivel del agua en el vaso es la 68.8 m.

c) El gasto de salida por la obra de excedencias al presentarse la

avenida es igual a cero.
d) El gasto de salida por la obra de toma se considera igual a cero.
e) Curva elevaciones-volúmenes de almacenamiento, ver fig 3.59.
f) Curva elevaciones-gastos de salida de la obra de excedencias, ver fig 3.59.
g) El Δt seleccionado fue de 4 horas.

Solución

En las tablas 3.42 y 3.43 se indican los resultados obtenidos al aplicar el procedimiento descrito en el inciso 3.6.2; en la fig 3.58 se muestra el hidrograma de salida, los valores utilizados para dibujar el hidrograma mencionado están indicados en la columna 7 de la tabla 3.43.

TABLA 3.42 Cálculo de la curva 2V/Δt + O contra O, utilizada en ejemplo 14, ver fig 3.60

Elevación h, en m	Almacenamiento V , en millones de m^3	2V/Δt, en m^3/s	Descarga O, en m^3/s	2V/Δt +O, en m^3/s
50	0	0	0	0
55	35	4861	0	4861
60	100	13888	0	13889
65	180	25000	0	25000
70	315	43750	250	44000
75	485	67500	2600	70100
80	700	97000	6000	103000
85	960	146000	10500	156500
90	1260	215500	13600	229100

3.8.15 Ejemplo 15 Tránsito de una avenida a través de un vaso, método numérico.

El tránsito de la avenida se efectuó utilizando el método numérico, ver inciso 3.6.2; los datos que se emplearon fueron
a) Hidrograma de entrada al vaso, ver fig 3.61
b) La elevación inicial del nivel del agua en el vaso es la 68.8 m
c) El gasto de salida por la obra de excedencias al presentarse el hidrograma de entrada es igual a cero
d) El gasto de salida por la obra de toma se consideró igual a cero
e) Curva elevaciones-volúmenes de almacenamiento, ver fig 3.59
f) Curva elevaciones-gastos de salida de la obra de excedencias, ver fig 3.59

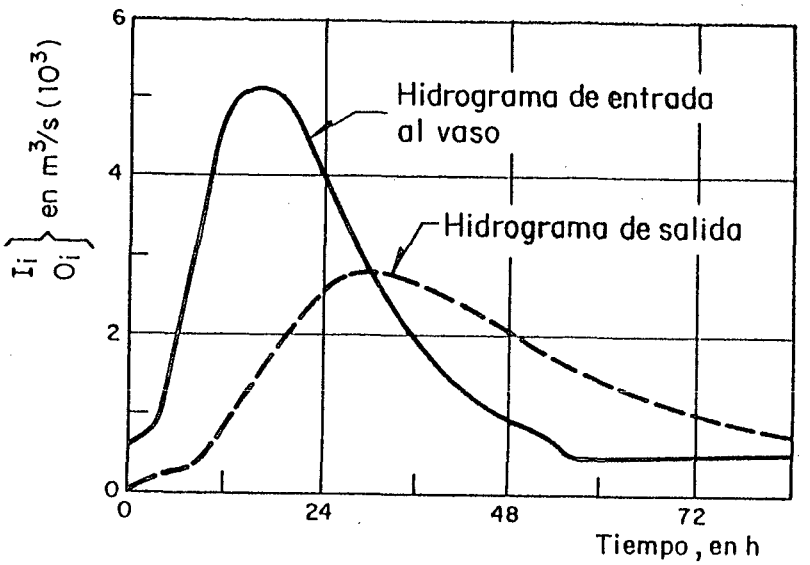


Fig 3.58 Hidrograma de entrada al vaso e hidrograma de salida obtenido al realizar el tránsito, utilizando el método semigráfico

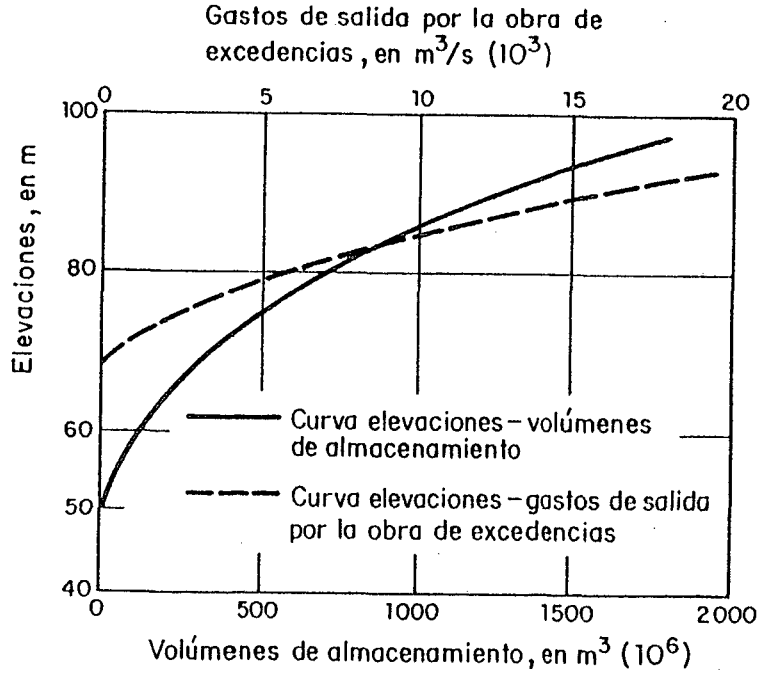


Fig 3.59 Curvas elevaciones – gasto de salida por la obra de excedencias y elevaciones – volúmenes de almacenamiento

TABLA 3.43 Hidrograma de salida obtenido del tránsito de la avenida, utilizando el método semigráfico

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Día	t, en horas	i	I_i, en m^3/s	$I_{i+1}+I_i$, en m^3/s	$\frac{2V_i}{\Delta t} - O_i$, en m^3/s	$\frac{2V_{i+1}}{\Delta t}+O_{i+1}$, en m^3/s	O_i, en m^3/s
21							
	0	1	500	1320	38194	39514	0
	4	2	820	3640	39114	42744	200
	8	3	2820	7720	42294	50014	230
	12	4	4900	10040	48414	58454	800
	16	5	5140	10040	55394	65434	1530
	20	6	4900	8800	61194	69994	2120
	24	7	3900	7200	64894	72094	2550
22							
	4	8	3300	5700	66494	72194	2800
	8	9	2400	4320	66594	70914	2800
	12	10	1920	3360	65614	68974	2650
	16	11	1440	2540	64074	66614	2450
	20	12	1100	2040	62094	64134	2260
	24	13	940	1760	60134	61894	2000
23							
	4	14	820	1320	58134	59454	1880
	8	15	500	1000	56374	57374	1540
	12	16	500	1000	54534	55534	1420
	16	17	500	1000	53034	54034	1250
	20	18	500	1000	51734	52734	1150

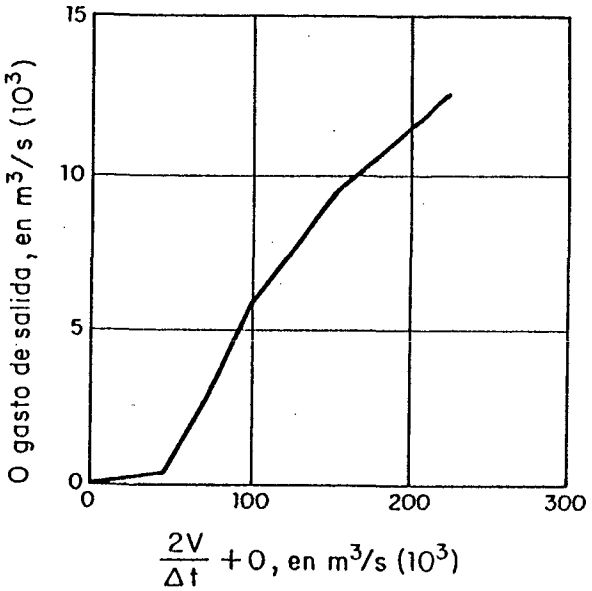


Fig 3.60 Curva $\frac{2V}{\Delta t} + O$ contra O

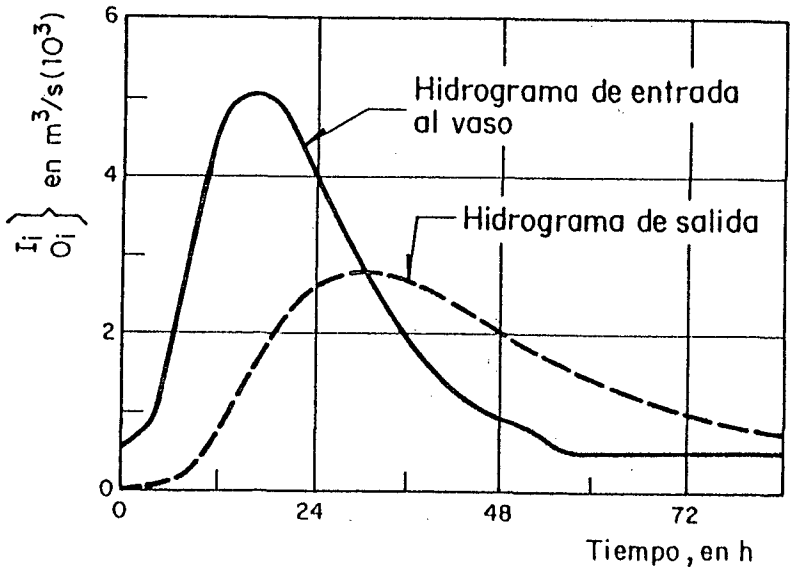


Fig 3.61 Hidrograma de entrada al vaso e hidrograma de salida obtenido al realizar el tránsito, utilizando el método numérico

g) El Δt seleccionado fue de 4 horas

Solución

En la tabla 3.44 se indica el resultado obtenido de acuerdo con el procedimiento descrito y en la fig 3.61 se muestra el hidrograma de salida obtenido.

TABLA 3.44 Hidrograma de salida obtenido del tránsito de la avenida utilizando el método numérico

Día	t, en h	Volumen, en m^3 (10^6)	Elevación, en m	Entrada, en m^3/s	Salida, en m^3/s
21					
	0	275.0	68.8	500	0
	4	279.2	69.2	820	58.8
	8	303.8	69.8	2820	187.8
	12	353.2	71.1	4900	778.6
	16	408.7	72.8	5140	1545.0
	20	454.0	74.1	4900	2171.6
	24	482.9	74.9	3900	2571.1
22					
	4	496.1	75.3	3300	2775.1
	8	496.8	75.3	2400	2787.1
	12	488.6	75.1	1920	2657.6
	16	475.9	74.7	1440	2473.6
	20	460.1	74.3	1100	2255.3
	24	443.9	73.8	940	2031.9
23					
	4	428.8	73.3	820	1823.6
	8	413.6	72.9	500	1612.6
	12	399.0	72.5	500	1411.7
	16	387.1	72.1	500	1247.1
	20	377.4	71.8	500	1112.2
	24	369.4	71.6	500	1001.7

3.8.16 Ejemplo 16 Método de Muskingum

El poblado de la fig 3.62 se inunda cuando el gasto en el sitio B llega en algún momento a ser del orden de 70 m^3/s. Diga si el poblado se inunda cuando en el sitio A se presenta el hidrograma mostrado en la fig 3.63 .

Se sabe que en el pasado se registraron en las sitios A y B las avenidas que se muestran en la fig 3.64 .

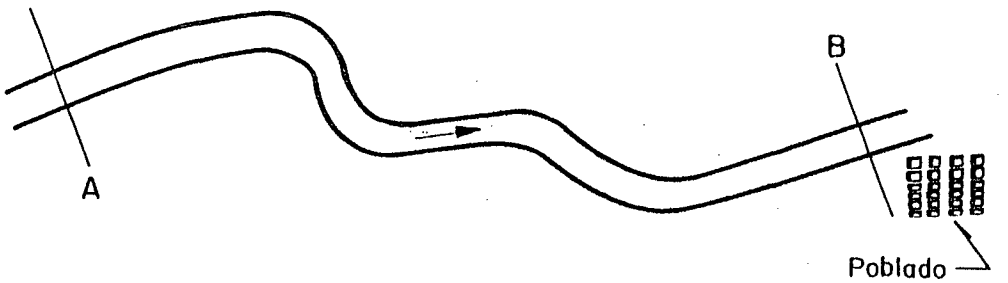


Fig 3.62 Tramo del río en estudio

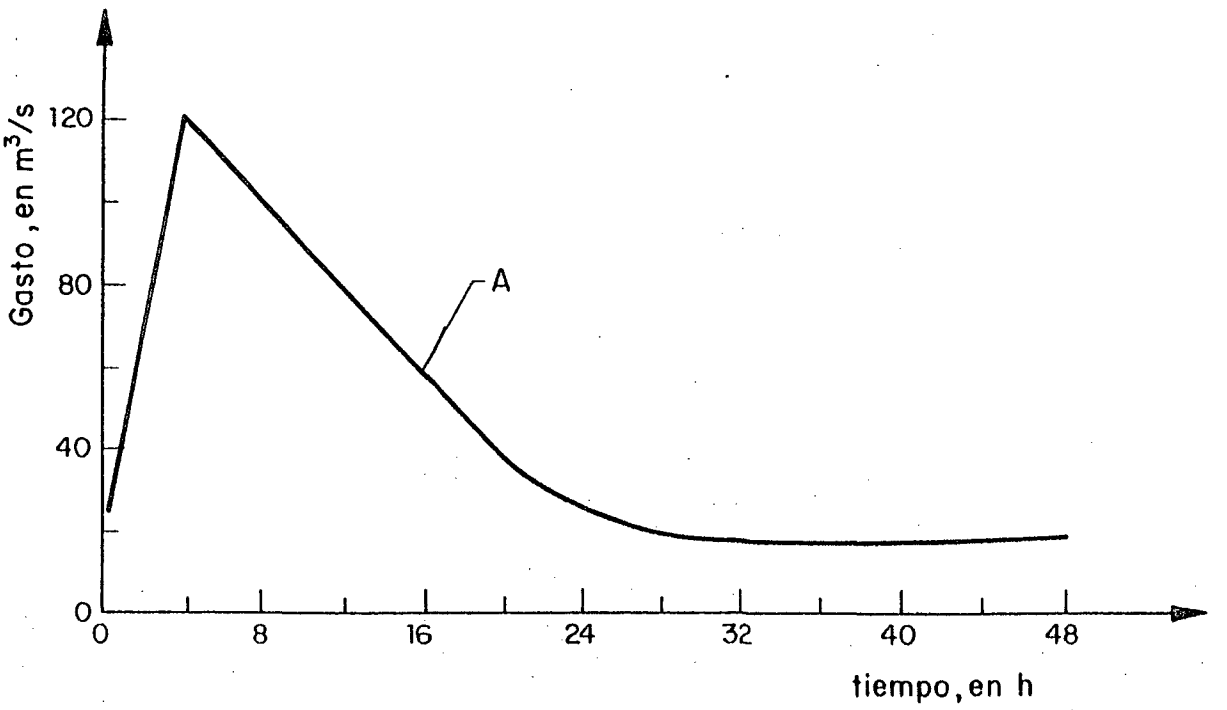


Fig 3.63 Hidrograma de diseño en la sección A

Solución

1. Calibración del método

a) A partir de los datos se elaboró la tabla 3.45, suponiendo X = 0, hasta la columna 9 inclusive

b) Se dibujaron los valores de la columna 6 contra los de la columna 9, ver fig 3.65a

c) Se observa que los trazos no se aproximan a una recta, por lo que se consideró X = 0.3 y se llenaron las columnas 10 a 12 de la tabla 3.45

d) Se dibujaron los valores de la columna 6 contra los de la columna 12, ver fig 3.65b

e) Se hizo otra aproximación porque resultó peor el ajuste al tomar X = 0.3, por lo que se decidió usar X = 0.2 y se llenaron las columnas 13 a 15 de la tabla 3.45

f) Se dibujaron los valores de la columna 6 contra los de la columna 15, ver fig 3.65c

g) De acuerdo a lo observado en la fig 3.65 se observó que el mejor ajuste se encontraba en la fig 3.65c, ya que se tenía un buen ajuste a una recta, por lo que se toma X igual a 0.2 como el valor correcto

h) El valor de K se obtuvo al calcular la pendiente de la recta (línea punteada de la fig 3.65c), a la que se aproximan todos los trazos; K resultó ser igual a 12.12 h

i) Conocidas K y X se obtuvieron de las ecs 3.133 a 3.135 el valor de las constantes C_0, C_1 y C_2

2. Aplicación del método de Muskingum

a) Cálculo de las constantes C_0, C_1, y C_2

$$\Delta t = 4 \text{ h}, \quad K = 12.12 \text{ h}, \quad X = 0.2$$

$$KX - 0.5\Delta t = 12.12(0.2) - 0.5(4) = 0.42$$

$$KX + 0.5\Delta t = 12.12(0.2) + 0.5(4) = 4.42$$

$$K - KX - 0.5\Delta t = 12.12 - 12.12(0.2) - 0.5(4) = 7.70$$

$$K - KX + 0.5\Delta t = 12.12 - 12.12(0.2) + 0.5(4) = 11.70$$

$$C_o = \frac{0.42}{11.70} = -0.04 \,, \quad C_1 = \frac{4.42}{11.70} = 0.38 \,, \quad C_2 = \frac{7.70}{11.70} = 0.66$$

Se verifica que se cumpla lo siguiente

$$C_o + C_1 + C_2 = -0.04 + 0.38 + 0.66 = 1.0$$

b) Se usa la ec 3.142, los cálculos se encuentran resumidos en la tabla 3.46

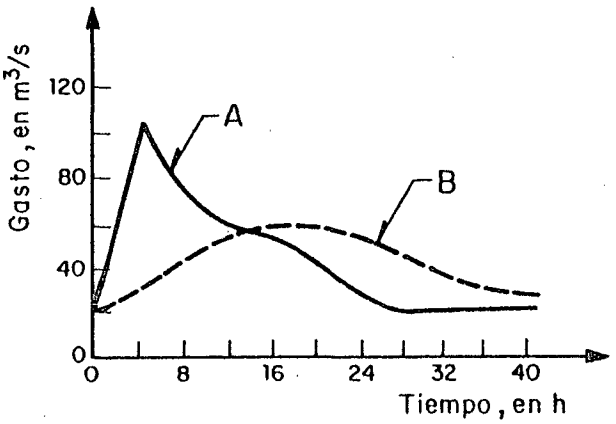


Fig 3.64 Hidrogramas medidos en las secciones A y B

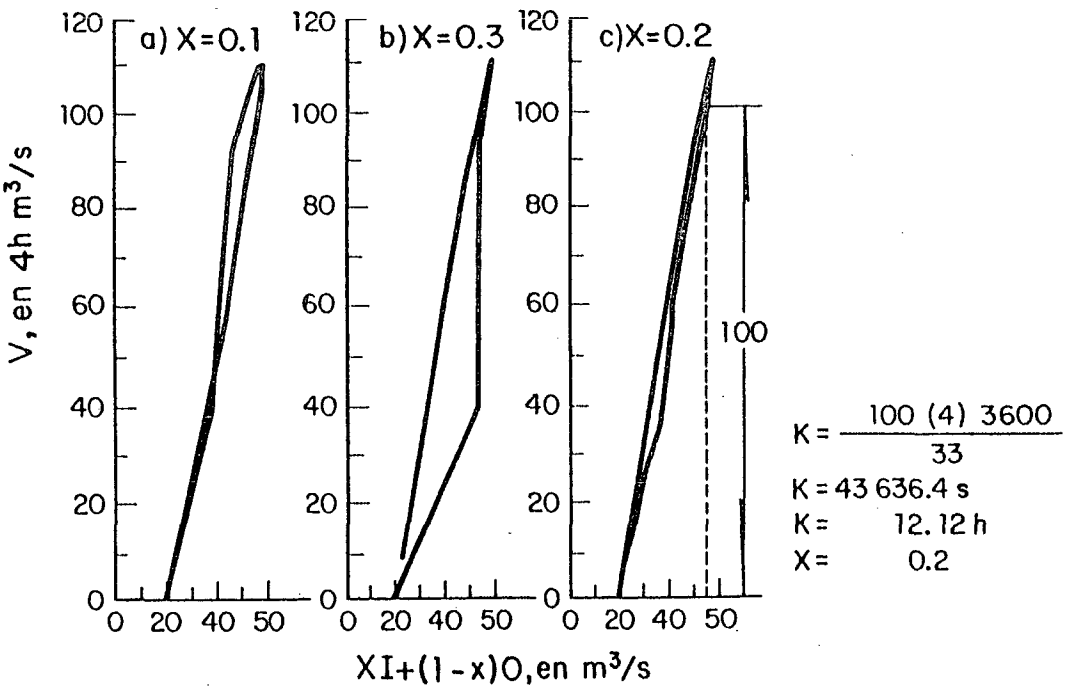


Fig 3.65 Relaciones entre el almacenamiento y los gastos

TABLA 3.45 Cálculos para la calibración tradicional de la constante X

1	2	3	4	5	6	7	8	9
HORA	I, en m^3/s	O, en m^3/s	I-O, en m^3/s	ΔV (4h) m^3/s	almacenaje V (4h) m^3/s	x = 0.1 XI	(1-X)O	
						0.1I	0.9Q	TOTAL
0	20	20	0	0.0	0.0	2.0	18.0	20.0
4	106	30	76	38.0	38.0	10.6	27.0	37.6
8	75	43	32	54.0	92.0	7.5	38.7	46.2
12	60	56	4	18.0	110.0	6.0	50.4	56.4
16	55	58	- 3	0.5	110.5	5.5	52.2	57.7
20	45	58	-13	- 8.0	102.5	4.5	52.2	56.7
24	30	54	-24	-18.5	84.0	3.0	48.6	51.6
28	20	47	-27	-25.5	58.5	2.0	42.3	44.3
32	20	37	-17	-22.0	36.5	2.0	33.3	35.3
36	20	31	-11	-14.0	22.5	2.0	27.9	29.9
40	20	27	- 7	- 9.0	13.5	2.0	24.3	26.3
44	20	24	- 4	- 5.5	8.0	2.0	21.6	23.6

X = 0.3 XI + (1-X)O			X = 0.2 XI (1-X)O		
0.3I	0.7O	TOTAL	0.2OI	0.8O	TOTAL
6.0	14.0	20.0	4.0	16.0	20.0
31.8	21.0	52.8	21.2	11.2	32.4
22.5	30.1	52.6	15.0	34.4	49.4
18.0	39.2	57.2	12.0	44.8	56.8
16.5	40.6	57.1	11.0	46.4	57.4
13.5	40.6	54.1	9.0	46.4	55.4
9.0	37.8	46.8	6.0	43.2	49.2
6.0	32.9	38.9	4.0	37.6	41.2
6.0	25.9	31.9	4.0	37.6	36.6
6.0	21.7	27.7	4.0	24.8	28.8
6.0	18.9	24.9	4.0	21.6	25.6
6.0	16.8	22.8	4.0	19.2	13.2

TABLA 3.46 Aplicación del método de Muskingum

j	HORA	INGRESO I_j, en m^3/s	Co I_j, en m^3/s	C1 I_{j-1}, en m^3/s	C2 Q_{j-2}, en m^3/s	EGRESO Q_j, en m^3/s
1	0	20	...	...	...	20.00
2	4	120	-4.80	7.60	13.20	16.00
3	8	100	-4.00	45.60	10.56	52.16
4	12	80	-3.20	38.00	34.43	69.23*
5	16	60	-2.40	30.40	45.69	73.69
6	20	40	-1.60	22.80	48.63	69.83
7	24	30	-1.20	15.20	46.09	60.09
8	28	25	-1.00	11.40	39.66	50.06
9	32	20	-0.80	9.50	33.04	31.74
10	36	20	-0.80	7.60	27.55	34.35
11	40	20	-0.80	7.60	22.67	29.47
12	44	20	-0.80	7.60	19.45	26.25

De acuerdo con los valores que aparecen en la tabla 3.46 se observa que el máximo gasto de egreso (hidrograma en el sitio B) es 73.69 m^3/s* por lo que SÍ SE INUNDARÁ EL POBLADO.

RECONOCIMIENTOS

Se agradece la colaboración de Javier Osnaya Romero en la preparación y edición del anexo de PROGRAMAS.

REFERENCIAS

Abramowitz, M and Stegun, I, "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publications, Inc, New York, 1972

Campos, D, "Manual para la Estimación de Avenidas Máximas en Cuencas y Presas Pequeñas", Dirección General de Obras Hidráulicas y de Ingeniería Agrícola para el Desarrollo Rural, Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, México, ene 1982

Chow, V T, "A general formula for hydrologic frecuency analysis", Transactions American Geophysical Union, vol 32, 1951

Chow, V T, "Hydrologic determination of waterway areas for the design of drainage structures in small drainage basins", Bulletin 462, University of Illinois, 1962

Chow, V T, "Handbook of Applied Hydrology", Section 25-I, McGraw Hill, New York, 1964

Domínguez, R, "Red hidrológica. Elementos básicos", Documentación del Plan Nacional Hidráulico, Publicación No 3, México, 1976

Domínguez, R, "Análisis regional de tormentas y avenidas de diseño. Aplicación a la cuenca del Papaloapan", Tesis de Maestría, DEPFI, UNAM, México, 1981

Domínguez, R y Lozoya, J, "Tormenta de Diseño", Fascículo A.1.7, Manual de Diseño de Obras Civiles, Comisión Federal de Electricidad, México, 1983

Franco, V y Domínguez, R, "Precipitación", Fascículo A.1.2, Manual de Diseño de Obras Civiles, Comisión Federal de Electricidad, México, 1981

Fuentes, O y Martínez, P, "Introducción a los Métodos Numéricos Aplicados a la Hidráulica", Serie de Divulgación No 5, Instituto Méxicano de Tecnología del Agua, México, 1988

González, F, "Contribución al análisis de frecuencias de valores extremos de los gastos máximos en un río", Publicación No. 277, Instituto de Ingeniería, UNAM, diciembre 1970

Hershfield, D M, "Estimating the probable maximum precipitation", Journal of the Hydraulics Division, vol 87, No HY5, ASCE, 1961

Hershfield, D M, "Method for estimating probable maximum precipitation", Journal American Waterworks Association, vol 57, 1965

Hjelmfelt, A and Cassidy, J, "Hidrology for Engineers and Planners", The Iowa State University Press, USA, 1976

Kirpich, Z P, "Time of concentration of small agricultural watersheds", Civil Engineering, ASCE, vol 10, jun 1940

Kuichling, E, "The relation between the rainfall and the discharge of sewers in populous districts", Transactions ASCE, vol 20, 1989

Linsley, R, et al, "Hidrology for Engineers", McGraw Hill, New York, 1975

McCarthy, G T, "The unit hydrolograph and flood routing", Conference of the North Atlantic Division, U S Army Corp of Engineers, 1938

Mood, A M, et al, "Introduction to the Theory of Statistics", McGraw Hill, New York, 1974

Mulvaney, T J, "On theuse of self-registering rain and flood gauges in making observations of the relations of rainfall and of flood discharges in a given catchment", Institute Civil Engineering Ireland, vol 4, Dublin, 1851

Nash, J E, "Systematic determination of unit hydrograph parameters", Journal of Geophysical Research, vol 64, No 1, 1959

Ragan, R M and Duru, J O, "Kinematic wave nomograph for times of concentration", Journal of the Hydraulics Division, vol 98, HY10, ASCE, 1972

Raudkivi, A J, "Hydrology", Pergamon Press, Oxford, 1979

Snyder, F F, "Synthetic unit graphs", Transactions American Geophysical Union, vol 19, 1938

Soil Conservation Service, "Use of storm and watershed characteristics in synthetic hydrograph analysis and application", U S Department of Agriculture, 1975

Spiegel, M R, "Manual de Fórmulas y Tablas Matemáticas", Serie de Compendios Schaum, McGraw Hill, 1987

Springall, R, "Hidrología. Primera Parte", Publicación D7, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, abril 1970

Springall, R, "Recomendaciones para el Diseño y Revisión de Estructuras para el Control de Avenidas", Comisión del Plan Nacional Hidráulico, Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, México 1978

Subsecretaría de Planeación, "Plan Nacional Hidráulico 1975 Segunda parte", Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, México 1975

U S Weather Bureau, "Thunderstorm rainfall", Hydrometeorological Report No 5, 1957

Viessman, W, et al, "Introduction to Hydrology (Second edition)", Harper and Row Publishers, New York, 1977

Wiesner, C J, "Hydrometeorology", Chapman and Hall Ltd, London, 1970

Wilson, E M, "Engineering Hydrology (Second edition)", The McMillan Press Ltd, London 1974

Wu, I P, "Design hydrographs for small watersheds in Indiana", Journal of the Hydraulics Division, vol 89, No HY6, ASCE, 1963